UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

PROJEKT „ZNAK TŘÍDY“ A ČVERCOVÁ SÍŤ

PROJECT „CLASS SYMBOL“ AND A SQUARE GRID

Diplomová práce

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Michaela Kaslová
Autor diplomové práce: Petra Olšovská
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ
Forma studia: prezenční
Diplomová práce dokončena: říjen, 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury. Práce nebyla použita k získání jiného titulu.

V Praze dne …………....   Podpis: ………………………

Poděkování

Děkuji vedoucí mé diplomové práce paní PhDr. Michaele Kaslové za odborné vedení, cenné rady a podnětné připomínky. Dále děkuji paním učitelkám a žákům za vstřícnost a umožnění vedení výzkumu v jejich třídách.

Anotace

Diplomová práce vychází z konstruktivistického přístupu k vyučování matematice na 1. stupni ZŠ, opírá se o zasazení geometrického učiva do čtvercové sítě a sleduje, do jaké míry jsou žáci schopni využít zkušeností se čtvercovou sítí v rámci projektové metody.

Za tímto účelem byly sledovány dvě skupiny žáků ve věku 10 – 11 let, experimentální a kontrolní skupina. Práce s experimentální skupinou byla zasazena do dvou týdnů.

Klíčová slova

matematické poznání
konstruktivismus
čtvercová síť
rovinná geometrie
zvětšování - podobnost
projektová metoda

Abstract

The thesis is based on the constructivistic approach to mathematics at primary school and geometry topics situated in the environment of square grid. It researches the extent to which pupils are able to use the experience with the square grid in the project method.

For this purpose, observed two groups of pupils aged 10-11 years, experimental and control group. Work with the experimental group was situated in two weeks.

Key words

mathematical knowledge

constructivism

square grid

plane geometry

enlarging - similarity

project method

OBSAH:

1 ÚVOD

Svět matematiky se mi začal otvírat již v prvních letech mého života. Jako předškoláka mě bavilo hrát si s čísly, zkoumat, jak spolu jednotlivá čísla souvisí, spontánně počítat. Se vstupem do školy jsem se na matematiku začala dívat jako na jeden z předmětů, který mi sice nedělá problémy, ale moc mě nebaví, protože stále dokola počítáme podobné úlohy. Na gymnáziu jsem se v tomto pohledu na věc utvrdila, z matematiky vyprchala hravost, touha něco nového zjistit, objevit. Matematika mě přestala oslovovat. Během studia na pedagogické fakultě jsem absolvovala předmět Geometrie, který mě svým pojetím velice překvapil. Poprvé jsem se zde setkala s geometrií, která byla zasazena do prostředí čtvercové sítě, na čtverečkovaný papír. Práce ve čtvercové síti mě velmi zaujala, toto prostředí mi dovolilo nahlížet na geometrii jiným způsobem, než na jaký jsem byla zvyklá z dřívější doby. Dovolilo mi experimentovat, „hrát si“, motivovalo mě k řešení dalších úloh. Bylo to jedno z mých prvních setkání se s konstruktivistickým přístupem v matematice.

Tato zkušenost mě vedla k zamyšlení, jakým způsobem vnímají žáci 1. stupně čtvercovou síť. Zda je pro ně prostředím, se kterým jsou sžiti, ve kterém umí běžně řešit úlohy z geometrie, experimentují v něm, zda tohoto prostředí spontánně využívají v různých situacích. Díky těmto nezodpovězeným otázkám jsem si zvolila téma mé diplomové práce.

Teoretická část obsahuje základní informace o konstruktivistickém pojetí matematiky, ze kterého vychází experiment popisovaný v praktické části. Dále se zmiňuji o čtvercové síti a zasazení geometrického učiva 1. stupně do tohoto prostředí. V neposlední řadě popisuji projektovou metodu, kterou jsem využila v rámci experimentu.

Cílem praktické části bylo popsat přípravu a realizaci experimentu a analyzovat jeho výsledky. Předmětem experimentu bylo zjišťování, zda žáci spontánně využijí čtvercové sítě v rámci projektu, který absolvovali.

2 TEORETICKÁ ČÁST

2.1 Matematické poznání

V této kapitole vycházím z Hejného teorie popisující poznávací mechanismus zveřejněné například v pracích Hejný, Kuřina (2009) či Hejný (In Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

2.1.1 Mechanismus nabývání poznání

Proces učení se matematice je řízen poznávacím mechanismem, který se dá popsat pomocí pěti etap.

Motivace: Motivace k poznávání vychází z rozporu mezi „nevím" a „chtěl bych vědět". Tříleté dítě položí během dne až tři sta otázek a chce po dospělém, aby mu o nich povídal. Zvědavost však rychle klesá s nástupem dítěte do školy.

Etapa separovaných modelů: Dítě postupně nabývá zkušeností s konkrétními případy budoucího poznání. A čím víc takových různorodých modelů pozná, tím bude jeho výsledné poznání pevnější.

Etapa generických modelů: Tato etapa začíná poznáním, že některé separované modely jsou skoro stejné. Dále pokračuje zjištěním, že tyto modely se mohou vzájemně zastupovat. Končí volbou generických modelů, které jsou vhodné k zastupování jiných modelů. Generickým modelem k počítání jsou například prsty nebo počítadlo.

Abstrakční zdvih: Tato etapa dává zrod abstraktnímu poznání. Je to hlubší vhled do daného poznání. Soubor separovaných a generických modelů je restrukturován a nový vhled má abstraktnější charakter.

Etapa krystalizace: Nové poznání se propojuje s předchozími vědomostmi. Nejdříve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání. Je to obyčejně dlouhodobý proces, který probíhá individuálně u každého žáka jinak.

Etapa automatizace do poznávacího procesu nepatří, je to nácvik poznaného. Je zde však uváděna, protože ve vyučování hraje důležitou roli.

2.1.2 Struktura matematického poznání

Celé poznání člověka vytváří síť, tzv. kognitivní síť, jejíž součástí je matematické poznání. Toto poznání má dvě rozsáhlé oblasti – obsah a schopnosti. Mezi schopnosti patří experimentování, analyzování situace, objevování, argumentace, hledání řešitelské strategie, formulování myšlenky ad.

Obsah matematického poznání se dá rozdělit na čtyři třídy:

1. *objekty* (kružnice, přímky, celé číslo, součet, pořadí, dělitelnost ad.)
2. *vztahy* – dělí se na tvrzení (Pythagorova věta) a vzorce (vzorec pro obsah trojúhelníku)
3. *postupy* (písemné sčítání, odčítání, zaokrouhlování, sestrojování kolmice, řešení rovnic) – postup, ve kterém je každý krok jasně určen, nazýváme algoritmus
4. *schémata* – ucelené představy, které se ve vědomí člověka utvářejí na základě opakované zkušenosti a jsou nositelem konkrétních poznatků. Člověk je přímo neví, ale může je vyvodit.

Hejný zmiňuje dvě teorie vysvětlující kognitivní strukturu, kumulativní a genetickou teorii, které jsou pro další výklad důležité.

Kumulativní teorie předpokládá, že poznatky se do našeho vědomí ukládají jako izolované fakty, které se později spojí do nového celku, představujícího vyšší stupeň poznání. Po jistém čase se několik těchto celků spojí do ještě vyššího celku, atd.

Genetický způsob narůstání kognitivní struktury předpokládá, že se jednotlivé poznatky už v průběhu svého formování navzájem propojují vazbami příčinnosti, funkčnosti, časové následnosti, logické závislosti, důležitosti ad. a vytvářejí strukturu. Tato se neustále variuje, dotváří a upravuje. Čas od času v ní dochází v důsledku objevu nového vážného poznání k výrazným změnám – k restrukturalizaci. Tehdy se některé existující spoje nahrazují jinými, síť vztahů mezi poznatky se mění (Hejný, Jirotková, 1999, s. 4).

2.1.3 Formální poznání

Podstatou zdravého rozvoje matematických znalostí a způsobilostí žáka je vývojový sled:

motivace → separované modely → generické modely → poznatek

Narušením této postupnosti dochází k formálnímu poznání. Žák, který se snaží učení urychlit, nepromýšlí jednotlivé modely nového poznatku, ale snaží se uchovat si obecné pravidlo v paměti, nevytváří ve svém vědomí skutečný poznatek, ale pouze jeho náhražku, poznání formální.

Formalismus deformuje soubor matematických vědomostí žáka, ještě více oblast matematických schopností. Vede člověka k povrchnímu pohledu na svět matematiky.

Sám žák nemá k formalismu sklony. Jeho poznávací strategie je založena na nabývání zkušeností. Ke změně poznávací strategie dochází v důsledku školského působení na žáka, nevhodného edukačního stylu učitele.

2.2 Konstruktivistický přístup k vyučování matematice

Předchozí kapitola je východiskem pro volbu konstruktivistického přístupu k matematice. Mechanismus poznání vychází z posloupnosti: motivace → separované modely → generické modely → poznatek. Je-li tato posloupnost narušena, dochází k formálnímu poznání. Konstruktivistický přístup se snaží přispívat k žákovu kognitivnímu růstu, nebudovat u něj formální poznání.

2.2.1 Pedagogický konstruktivismus

Konstruktivismus je široký proud teorií, který zdůrazňuje aktivní úlohu subjektu a význam jeho vnitřních předpokladů, stejně tak i důležitost jeho interakce s prostředím a společností (Průcha, 2003).

Podle Buryánka (s. 6) je *pedagogický konstruktivismus pedagogický proud, který klade důraz na procesy objevování, rozšiřování a přetváření poznávacích struktur (obrazů světa) v procesu učení.* Autor dále uvádí, že tento směr vychází z předpokladu, že poznání a porozumění světu si musíme vystavět ve vlastním vědomí. Ve prospěch tohoto směru mluví sociální aspekty vědění jako pluralita pravd a netrvalost světa. Podoba lidského poznání se neustále mění a vyvíjí, v přírodních ani humanitních vědách neexistuje jednoznačná, definitivní pravda, porozumění určitým jevům se stále mění v čase (například výklad nějakého fyzikálního jevu) i v prostoru (jiné pojetí hodnot v různých částech světa). Smyslem výuky tedy není a nemůže být předání jediné pravdy. Konstruktivistická pedagogika se zaměřuje na způsob, jakým vzniká poznání a porozumění, na proces, jak zpracováváme realitu, jak nacházíme užitečná řešení. Vychází z kognitivní psychologie. *Snaží se realizovat didaktické postupy založené na předpokladu, že poznávání se děje konstruováním tak, že si poznávající subjekt spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace podmíněné odpovídající úrovni jeho kognitivního vývoje* (Průcha, 2003, s. 105). Pedagogický konstruktivismus není zaměřen pouze na obsah, ale i na proces: ideálem učení nejsou jen vědomosti, ale také schopnost ke vědomostem spět. Tento směr se snaží respektovat přirozené procesy učení. Učení chápe jako spontánní a v podstatě nepřetržitou lidskou aktivitu (Buryánek). Vygotskij (2004) zdůrazňuje, že nezastupitelnou roli v procesu učení hraje i sociální interakce, poznávání prostřednictvím verbální komunikace.

2.2.2 Konstruktivistický přístup k vyučování matematice

Stehlíková (In Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004) přirovnává konstrukci vlastního poznání k sokratovské metodě. Sokrates vedl své diskusní partnery k poznání tím, že jim kladl dobře promyšlené otázky. Stejně tak, jako porodní bába pomáhá na svět dítěti, pomáhal Sokrates na svět myšlenkám, které byly uloženy hluboko ve vědomí jeho partnera. *Pro konstruktivistické přístupy k vyučování matematice je příznačné „aktivní vytváření části matematiky v mysli žáka. Podle povahy žáka může být podkladem pro takovou konstrukci otázka či problém ze světa přírody, techniky nebo matematiky samé.“* (Kuřina: O matematice a jejím vyučování, citováno podle Stehlíkové In Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004, s. 13). Zásadní roli přitom hraje motivace, neboť bez motivace můžeme od žáka jen těžko požadovat aktivitu. Jako motivační prvek by měly působit i samy otázky a problémy žákům předkládané.

Hejného a Kuřiny (2009) konstruktivistické přístupy k vyučování matematice vychází z těchto 10 zásad:

Aktivita: Matematika je brána jako specifická lidská aktivita, nikoli jen jako její výsledek, obvykle formulovaný jako soubor vět, definic a důkazů.

Řešení úloh: Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení, jejich prověřování a zdůvodňování. Tento proces může probíhat jak v samotné matematice, tak i v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů je pak jeho součástí.

Konstrukce poznatků: Poznatky jsou nepřenosné. Přenosné (z knih a jiných médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.

Zkušenosti: Vytváření poznatků, například v oblasti pojmů, postupů, domněnek či tvrzení, se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si žák přináší zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by mít však dostatek příležitostí nabývat zkušenosti i ve škole.

Podnětné prostředí: Základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů, také sociální klima, které je příznivé tvořivosti.

Interakce: I když je konstrukce poznatků individuální proces, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuse, srovnávání výsledků, pokusy o formulace domněnek a tvrzení ad.).

Reprezentace a strukturování: Pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.

Komunikace: Značný význam má komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným například matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět myšlenkám druhých je potřeba systematicky pěstovat.

Vzdělávací proces: Vzdělávací proces je nutno hodnotit nejméně ze tří hledisek – porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla a aplikace matematiky. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů, postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvoj matematického řemesla vyžaduje trénink, případně i pamětné zvládnutí některých algoritmů a definic.

Aplikace matematiky je jak vyvrcholením matematiky, tak i motivačním prvkem. Matematika se učí jejím provozováním.

Formální poznání: Vyučování, během něhož dochází pouze k předávání informací, vede k jejich ukládání do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci, v horším pak zapomínání. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním.

F. Kuřina dále mluví o tzv. realistickém konstruktivismu, který více odpovídá reálným možnostem aplikace konstruktivistických přístupů ve výuce. Kromě výše zmíněných zásad zdůrazňuje možnost transmise určitých partií. *Při řešení ... problému můžeme přirozeně sdělovat žáku všechny potřebné informace, vysvětlovat pojmy, odkazovat na poznatky v příručkách a encyklopediích, ale vše ve službách rodící se matematiky v duševním světě žáka. Konstruktivní vyučování tedy může obsahovat transmisi celých partií, může obsahovat i instrukce k řešení typických úloh* (Kuřina, 2002, s. 6).

2.3 Geometrie a čtvercová síť

Práce se čtvercovou sítí naplňuje charakteristiky konstruktivismu. Je to prostředí podněcující žákovu tvořivost. Je jedním z druhů reprezentace matematického světa, dovoluje žákům hledat souvislosti, řešit úlohy, dokazovat tvrzení. Čtvercová síť vede žáka k tomu, aby nahlížel na geometrii nejen jako na oblast matematiky, se kterou se potká pouze ve škole, ale aby ji využil i vně školního prostředí.

V této kapitole se budu zabývat tím, co se od žáků 1. stupně očekává v oblasti geometrie a jaké učivo zde probírají. Dále popíšu prostředí čtvercové sítě a zmíním způsoby, jak v tomto prostředí lze pracovat s učivem geometrie 1. stupně.

2.3.1 Geometrie na 1. stupni podle RVP

V Rámcovém vzdělávacím programu jsou ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace uvedeny v rámci části Geometrie očekávané výstupy žáků po jednotlivých obdobích, můžeme zde také nalézt informace o probíraném učivu.

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU (RVP, s. 31)

Očekávané výstupy – 1. období (po 3. ročníku)

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Očekávané výstupy – 2. období (po 5. ročníku)

žák

- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce
- sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- sestrojí rovnoběžky a kolmice
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

<u>Učivo</u>

- základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary

2.3.2 Čtvercová síť

Definice čtvercové sítě podle Hejného, Jirotkové (1999, s. 17*): Vezměme euklidovskou rovinu a vložme do ní osnovu vzájemně rovnoběžných přímek tak, že každé dvě sousední přímky mají stejnou vzdálenost. Pak na tuto rovinu položme druhou osnovu stejnou jako je první, ale na tuto kolmou. Přímky první osnovy nazveme vodorovné (přímky sítě), přímky druhé osnovy nazveme svislé (přímky sítě). Každá z osnov obsahuje nekonečně mnoho přímek. Kterékoliv dvě sousední vodorovné přímky a dvě sousední svislé přímky ohraničují jednotkový čtverec sítě.*

K zadání čtvercové sítě stačí v „čisté" rovině zvolit jeden čtverec a prohlásit jej za jednotkový čtverec sítě. Směr, který určuje jedna dvojice jeho rovnoběžných stran, prohlásit za vodorovný směr a ten druhý za svislý směr. Tím je již čtvercová síť jednoznačně určena.

Vlastnosti čtvercové sítě jasně vyplývají z její samotné definice. Každé dvě sousední rovnoběžné přímky jsou od sebe stejně vzdálené. Přímky „vodorovné osnovy" jsou kolmé na přímky „svislé osnovy". Vzdálenost dvou sousedních průsečíků přímek je vždy stejná. Všechny jednotkové čtverce sítě mají stejný obsah.

V textu budu dále používat označení „linka sítě", čímž myslím jakoukoli svislou či vodorovnou přímku sítě. Pojem jsem několikrát slyšela od samotných žáků, využila jsem ho proto při komunikaci s nimi, také při psaní této práce. Druhý pojem, „mřížový bod", jsem použila ve stejném významu jako Hejný a Jirotková (1999). Jako mřížový bod označuji libovolný průsečík dvou linek sítě.

Dále používám pojem „čtvereček", čímž myslím jednotkový čtverec sítě. Považuji ho za základní jednotku obsahu. Toto označení jsem často využívala při komunikaci s žáky.

Se čtvercovou sítí se skoro každé dítě setkává již od nejmladšího věku. Všímá si kostkovaného vzoru na tričku, jde po nově vydlážděném chodníku, vidí zamřížované okno či rodiče, jak hrají šachy. O něco později se mu do ruky dostane model čtvercové sítě, čtverečkovaný papír, na kterém si kreslí, hraje na něm piškvorky, námořní bitvu a další hry. Ve škole se před žáka dostává čtvercová síť již cíleně. Setkává se s ní v učebnicích nebo v jiných materiálech, které mu učitel poskytne.

Na čtvercovou síť můžeme nahlížet ve dvou rovinách, využila jsem Michnové (2003) pracovního rozdělení.

Čtvercová síť jako:

- prostředí, ve kterém žáci pracují. Do čtvercové sítě jsou zasazeny úlohy, k jejichž vyřešení používá žák vlastností tohoto prostředí (čtvercová síť je nositelem metody řešení). Jedná se zejména o úlohy z geometrie.
- podložka, která umožňuje žákovi úhledný zápis čísel (například při písemném sčítání, násobení; je to podklad pro magické čtverce či stovkovou tabulku).

Z mého pohledu lze čtvercovou síť rozdělit i podle jiného hlediska.

Čtvercová síť jako:

- systém linek
- systém jednotkových čtverců (čtverečků)

Dále se budu zaměřovat na geometrii v prostředí čtvercové sítě branou jako systém linek i jako systém jednotkových čtverců (čtverečků).

2.3.3 Geometrie ve čtvercové síti

Jaké jsou výhody geometrie zasazené do prostředí čtvercové sítě? Toto prostředí přirozeným způsobem propojuje geometrii s aritmetikou, je mostem mezi dvěma základními oblastmi matematického poznávání žáka. Umožňuje jednoduché a názorné experimentování. Mnohé konstrukce lze dělat pouze tužkou nebo tužkou a pravítkem. V prostředí čtvercové sítě je možné modelovat většinu matematických pojmů 1. stupně ZŠ (Hejný, Jirotková, 1999). Dává příležitost k tomu, aby se poznání dítěte dělo konstruktivistickým způsobem, na základě jeho zkušeností.

V kapitole 2.3.1 jsem uvedla, co by měl žák na konci 3. a 5. ročníku v oblasti geometrie zvládat, jaké učivo by mělo být v průběhu 1. stupně probíráno. Níže budu popisovat, jakým způsobem se dá s tímto učivem ve čtvercové síti pracovat.

Základní útvary v rovině[1]

Základní pojmy, se kterými se žák potkává, jsou bod a přímka. Tyto pojmy jsou od reálného života dosti vzdálené, proto je pro žáka obtížné vybudovat si v mysli jejich obraz. Ve čtvercové síti můžeme jednotlivé body spojovat, tím si zároveň připomínáme, že úsečka má krajní body. Spojováním bodů „cestujeme“ po čtvercové síti, tento pohyb můžeme zaznamenávat *šipkovým zápisem* (Hejný, Jirotková, 1999, s. 18), který je dobrou propedeutikou k záporným číslům. Později ho lze nahradit zápisem souřadnic. Tento zápis připravuje žáky na kartézskou soustavu souřadnic či na vektorové myšlení. Během pohybu po síti vzniká lomená čára či uzavřená lomená čára (tedy strany mnohoúhelníku). Žáci se tak rovnou připravují na uvědomění si pojmu obvod.

Čtvercová síť dovoluje pracovat s většinou rovinných útvarů, díky tomuto prostředí se snáze jednotlivé útvary porovnávají (například rozdíl mezi čtvercem a kosočtvercem, což činí žákům problémy), ověřují se jejich vlastnosti.

Základní útvary v prostoru

V této oblasti geometrie se čtvercová síť moc použít nedá. Můžeme do ní však zakreslovat půdorys, bokorys a nárys krychlových staveb. Rovněž se do tohoto prostředí dá zakreslit síť krychle či kvádru. Je to propedeutika povrchů těles. Zároveň se žáci připravují na počítání objemů.

Délka úsečky

Leží-li úsečka na linkách sítě, nepotřebují žáci k zjištění její délky měřítko. Ve čtvercové síti lze snáze porovnávat délky jednotlivých úseček, prodlužovat je, v některých případech se také více úseček snáze graficky sčítá či odčítá.

Obvod a obsah obrazce

Na 1. stupni se žáci běžně setkávají s pojmem obvod obrazce. K tomu, aby mohli vypočítat obvod mnohoúhelníků, potřebují měřítkem zjistit délky jeho stran a poté

[1] Všechny rovinné geometrické útvary, o kterých se budu zmiňovat v souvislosti se čtvercovou sítí, jsou mřížové. Pojem používám ve stejném významu jako Hejný a Jirotková (1999). Jedná se o mnohoúhelník, který má vrcholy v mřížových bodech; úsečku, jejíž krajní body jsou mřížové; přímku, která prochází alespoň dvěma mřížovými body; a lomenou čáru, která se lomí pouze v mřížových bodech.

je sečíst. Čtvercová síť umožňuje, v případě, že strany mnohoúhelníku leží na linkách sítě, vypočítat obvod i bez použití měřítka.

Díky tomuto prostředí se žáci setkají mnohem častěji i s pojmem obsah. Při počítání obsahů mřížových útvarů se žáci potkávají pouze s přirozenými čísly a polovinami. Mohou zjistit nejen obsah čtverce či obdélníka, ale také všech dalších mnohoúhelníků. Lze k tomu využít metody rozkladu, stříhání či rámování (Hejný, Jirotková, 1999). Zároveň je to propedeutika pro počítání obsahů útvarů na 2. stupni, také propedeutika zlomků.

Vzájemná poloha dvou přímek v rovině

Aniž by žák něco rýsoval, čtvercová síť mu rovnou poskytuje povědomí o vzájemné poloze dvou přímek. Žák má stále před očima přímky, které jsou rovnoběžné, všímá si i kolmic. V mysli se mu buduje poznání polohy těchto přímek. V případě, že jsou do tohoto prostředí přímky narýsovány, žák může bez použití pomůcek dokázat, že (ne)jsou rovnoběžné či kolmé. Žák se připravuje také na učivo o úhlech.

Osově souměrné útvary

V učebnicích je běžně toto téma zasazováno do čtvercové sítě. Toto prostředí pomáhá s argumentací, zda útvar je či není osově souměrný. Snadno lze zjistit vzdálenost konkrétních bodů od osy souměrnosti. Čtvercová síť také napomáhá při dokreslování jedné poloviny útvaru. Díky tomuto prostředí lze snáze odhalit, že konkrétní útvar má více os souměrnosti.

2.4 Projektová metoda

Tato kapitola se věnuje popisu projektové metody, kterou jsem použila v rámci experimentu. Projektová metoda vychází ze zásad konstruktivismu. Požaduje po žákovi aktivitu, vychází z jeho dosavadních zkušeností, vybízí k řešení problémů. V rámci projektu dochází k interakci mezi žáky, k jejich vzájemné komunikaci.

2.4.1 Vznik projektové metody

Kapitola vychází z prací Coufalové (2006), Kubínové (2002) a Valenty a kol. (1993).

Snahy o integraci učiva do větších celků a přiblížení vyučování životu najdeme již v dobách dávno minulých. Pestalozziho genetická metoda byla uplatněna v spontánních projektech v prvních letech 19. století. V 60. letech 19. století prosazoval ruský pedagog Ušinkij koncentraci učiva kolem témat, která vycházela ze života dítěte. Rovněž Decroly seskupoval učivo podle „centra zájmu" dětí.

Kořeny projektové metody můžeme hledat na přelomu 19. a 20. století v USA. Bylo to období plné hospodářských, politických i sociálních změn, výsledkem tohoto vývoje bylo celosvětové reformní hnutí, v Americe tzv. hnutí progresivní výchovy. Východisky tohoto hnutí byla kritika tradiční školy a nový postoj k dítěti. Hlavními body kritiky tradiční školy bylo pouhé pasivní přijímání nové látky žáky, uniformní vyučovací metody či hodnocení výsledků práce podle dogmatických měřítek vzdělání a kultury. Nový postoj k dítěti vycházel z Rousseauových myšlenek. Škola by proto měla mít pochopení pro dítě, respektovat jeho zájmy a zkušenosti, přistupovat k němu s trpělivostí a přijímat ho takové, jaké skutečně je.

Iniciátorem nového pohledu na vzdělávání a zakladatelem projektové metody je John Dewey. Vedle zaměření na vzdělávání vyzdvihuje i sociální hledisko. Tento pedagog chápe dítě jako komplexní bytost, uvádí ho do situací přiměřených jeho věku, usiluje o to, aby dítě mělo potřebu učit se, mělo by však vědět, proč se učí. Proto by učivo nemělo být odtrženo od reálného života. Učení konáním (learning by doing) se stalo heslem jeho snah. Dewey sám nepoužíval označení „projektová metoda", ale položil její teoretický základ. Do praxe ji pak uvedl jeho blízký spolupracovník William Heard Kilpatrick. Zdůrazňoval význam zájmu dětí a navrhl koncentrovat učební látku do projektů, projekty se vztahovaly k životu žáků.

Americká reformní pedagogika měla ohlas i v našich zemích. Propagátory projektové metody byli zejména Václav Příhoda či Jan Uher, kteří studovali v USA přímo u J. Deweye. Tato metoda byla uplatňována v tzv. pokusných školách[1]. Druhá světová válka však pokus o reformu školství zastavila.

Projekty se znovu začaly objevovat až v souvislosti se snahou o transformaci školství po roce 1989.

2.4.2 Charakteristika projektové metody

Vymezit jednoznačně, co je to projektová metoda, projektové vyučování nebo projekt, není jednoduché. Různí autoři zdůrazňují jeho různé znaky.

Coufalová uvádí (2006, s. 10), že Vrána stanovil pro projekt čtyři důležité znaky. *Je to podnik. Je to podnik žáka. Je to podnik, za jehož výsledky převzal žák odpovědnost. Je to podnik, který jde za určitým cílem.*

Kasíková (1997, s. 49) považuje projekt za *specifický typ učebního úkolu, v kterém mají žáci možnost volby tématu a směru jeho zkoumání, a jehož výsledek je tudíž jen do určité míry předvídatelný. Je to úkol, který vyžaduje iniciativu, kreativitu a organizační dovednosti, stejně jako převzetí odpovědnosti za řešení problémů spojených s tématem.*

Podle Kašové (1995, s. 73) je výchovně vzdělávací projekt *integrované vyučování, které staví před žáky jeden či více konkrétních, smysluplných a reálných úkolů.* Cílem je např. napsat knihu, uspořádat výstavu či vyrobit vyučovací pomůcku. *Ke splnění tohoto úkolu potřebují žáci vyhledat mnoho užitečných informací, zpracovat a použít dosavadní poznatky z různých oborů, navázat spolupráci s odborníky, umět organizovat svou práci v čase i prostoru, zvolit jiné řešení v případě chyby, formulovat vlastní názor, diskutovat, spolupracovat atd. Místo aby žáci přebírali hotové poznatky z jednotlivých oborů (mnohdy navíc bez hlubšího pochopení významu a smyslu), objevují při projektové výuce tyto poznatky sami, a to z důvodu potřeby.* Jejich práce ve škole není samoúčelná, protože výsledky projektů mají konkrétní, užitečnou podobu.

Coufalová (2006) se pokusila shrnout základní rysy, které by měl projekt mít.

- Vychází z potřeb a zájmů dítěte. Umožňuje uspokojit jeho potřebu získávat nové zkušenosti a být odpovědný za svou práci.

[1] Tyto školy ověřovaly nové přístupy ke vzdělávání. Jejich zřízení bylo povoleno ministerstvem školství od školního roku 1929-1930. Školy byly vnitřně diferencované (rozdělení žáků podle schopností, zájmů a potřeb), došlo i ke změnám vyučovacích metod.

- Vychází z konkrétní a aktuální situace. Neomezuje se pouze na prostor školy, mohou se do něj zapojit i rodiče a širší okolí.
- Projekt je interdisciplinární.
- Projekt je především podnikem žáka.
- Práce žáků v projektu přináší konkrétní produkt. Pokud je to možné, je průběh a výsledek zdokumentován. Vznikne výstup, kterým se účastníci projektu prezentují ve škole či mimo ni.
- Projekt se většinou uskutečňuje ve skupině. Sociální psychologie 2. poloviny 20. století prokázala, že učení ve skupině je významné nejen pro rozvoj osobnosti žáka, ale zvyšuje i efektivitu procesu učení.
- Projekt spojuje školu se širším okolím. Umožňuje začlenění školy do života obce.

2.4.3 Typy projektů

Před přípravou projektu je třeba si rozmyslet, jaký projekt budeme realizovat. Coufalová (2006) dělí projekty podle různých kritérií.

Podle účelu: Kilpatrick mluví o projektech, které se snaží vtělit myšlenku do vnější podoby (stavba člunu, napsání dopisu ad.); o projektech, které vedou k estetické zkušenosti (poslech příběhu, vnímání hudby); o projektech usilujících o řešení problému (zkoumání fyzikálních jevů) a o těch, které vedou k získání dovednosti (časování sloves, dosažení kvality písma). Proto bychom si před realizací samotného projektu měli položit otázku, k jakému cíli bude projekt směřovat. Je pravděpodobné, že se jednotlivé typy budou částečně překrývat.

Podle vztahu k učivu a vyučovacím předmětům: Projekt je zaměřen na učivo jednoho předmětu, nebo jde o projekt, který integruje učivo různých předmětů. Na 1. stupni má učitel možnost poměrně jednoduše realizovat oba typy projektů.

Podle organizace: Projekt může probíhat během určitého časového období v hodinách daného předmětu, lze ho uskutečnit i mimo výuku předmětů. Výuka je pojata projektovou metodou s integrací všech předmětů.

Podle délky trvání: Projekty mohou být krátkodobé (v rámci několika hodin), střednědobé a dlouhodobé (například celoroční projekt).

Podle místa konání: Projekt může probíhat ve škole i v prostorách mimo školní budovu. Spojení školy s životní realitou přirozeně navozuje situace, ve kterých je vhodné spolupracovat i s dalšími institucemi.

Podle navrhovatele: Projekt může vzniknout z přirozené situace ve třídě, je vyvolán potřebami a zájmem žáků. Pak hovoříme o žákovském nebo spontánním projektu. Další skupinu tvoří projekty umělé, tedy ty, které jsou navržené učitelem. Projekt může probíhat i jako kombinace obou uvedených typů.

Podle počtu zapojených žáků: Do projektu je nejčastěji zapojena celá třída, může do něj být zapojena i menší skupina žáků, dvojice nebo jednotlivci. Do náročnějších projektů mohou být zapojeny i další třídy či celá škola.

2.4.4 Fáze projektu

Kubínová (2002) uvádí, že práce na projektu má 3 etapy. Jedná se o přípravu, realizaci a vyhodnocení výsledků.

2.4.4.1 Příprava projektu

Stěžejním bodem první fáze je stanovení cíle projektu. Kašová (1995) zdůrazňuje, že cíl by měl být vždy konkrétní, reálný, zajímavý, užitečný a významný. Rovněž výběr tématu je velmi podstatný. Téma musí mít význam pro život a zájem dítěte, je přiměřené věku a schopnostem žáků, je přirozené a pravdivé a nebrání integraci různých oborů.

K promyšlení všech možných souvislostí, cest řešení a možných výsledků projektu se velmi dobře osvědčuje metoda brainstormingu[1] (Coufalová, 2006). Nejdříve se zaznamenají všechny náměty, které nás k tématu napadnou, nehledě na reálnost jejich uskutečnění. Poté dochází k jejich redukci a třídění. V závěru se nejlepší náměty zhodnotí. Posuzuje se, co přinesou žákům daného věku, jak souvisejí s učivem a zda se

[1] „mozková bouře“

vůbec dají realizovat. Z námětů vyplyne doba trvání projektu, místo jeho realizace a materiální zajištění.

Následuje sestavení kostry projektu (Kubínová, 2002), při kterém se zamýšlíme nad:

- volbou metod a forem práce pro realizaci projektu
- vytvořením posloupností kroků, ve kterých bude projekt řešen
- stanovením pravidel pro práci na projektu
- časovým harmonogramem
- návrhy alternativních postupů při řešení projektu

2.4.4.2 Realizace projektu

Touto etapou se projekt, *projektové vyučování nejvíce odlišuje od tradičně vedeného vyučování, protože iniciativu včetně odpovědnosti za výsledky své práce v něm přebírají žáci* (Kubínová, 2002, s. 63). Učitel je spíše v pozadí, podle potřeby může hrát roli vůdce, organizátora, pomocníka nebo oponenta. Je jakýmsi koordinátorem celého projektu, reaguje na potřeby žáků a přizpůsobuje organizaci práce aktuální situaci.

Vlastní práce na projektu probíhá zpravidla ve skupinách. *Vyučování v projektech znamená přirozené propojení činnosti žáků ve smysluplné kooperativní práci: navrhování, řešení a hodnocení problémů je spojeno s těmi psychickými procesy, které se podle výzkumů ukazují být účinnější ve spojení se skupinovou činností* (Kasíková, 2001, s. 97). Pokud to charakter projektu vyžaduje, žáky může do skupin rozdělit učitel, aby byly vytvořeny cíleně s určitým složením. Jestliže to situace umožňuje, dáváme však přednost spontánnímu tvoření skupin. Optimální počet žáků pro práci skupiny v projektu nelze určit. Každý projekt vyžaduje svou povahou jiný typ skupiny (Coufalová, 2006).

2.4.4.3 Vyhodnocení projektu

Jedná se o závěrečnou a velmi důležitou fázi projektu. Je vhodné hodnotit společně. Předpokládá se aktivita ze strany žáků v podobě sebereflexe, rovnocenně se tu uplatňuje i hodnocení ze strany učitele. Hodnocení probíhá nejen v závěru projektu, ale i v jeho průběhu, nehodnotíme jenom výsledek, ale celý proces.

Coufalová (2006) upřednostňuje slovní hodnocení. To umožňuje postihnout, jak aktivně se žák zapojil do práce, jaký posun nastal v jeho vědomostech a dovednostech, jak se podílel na činnosti skupiny apod. Měli bychom pokládat otázky: Co ses dnes naučil? Co ti zatím nešlo? Jak se ti pracovalo ve skupině? Co se ti v projektu (ne)líbilo a proč? Při hodnocení své práce by si učitel měl klást otázky typu: Bylo téma vhodné pro dané žáky? Měla práce na projektu pro žáky smysl? Podporoval projekt spolupráci žáků? Umožnil projekt průběžné i závěrečné hodnocení žáků?

Vyhodnocení projektu dává podněty k práci na dalších projektech.

2.4.5 Využití projektové metody na 1. stupni

Přesto, že projektová metoda má své kořeny již na konci 19. století, v současných školách není příliš využívána. Učitelé jako důvod jejího nevyužívání uvádí úskalí této metody. Podle Valenty (1993) se jedná o náročnost příprav a nutnost promyšlené organizace, učivo je před žáka předkládáno nesystematicky. Je třeba se vyrovnat s tím, že „logika životní praxe“ nerespektuje zásadu postupnosti vyučování poznatkům. Na žáka jsou kladeny příliš vysoké nároky. Je nutné mít možnost volně nakládat s časem během vyučování.

Na druhé straně má projektová metoda mnoho předností. Coufalová (2006) zmiňuje tyto: V projektu dochází k vnitřní integraci předmětů, pro kterou je charakteristické spojování poznatků z kognitivně blízkých oborů v jednom celku. Projektová metoda má motivační sílu. Témata jsou blízká logice životní reality, jsou přirozená. Projektová metoda nabízí více možností k individualizaci ve výuce, učí spolupracovat, učí řešit problémy, tvořit, pracovat s informacemi, podněcuje fantazii a intuici. Má kladný vliv na mravní rozvoj žáka.

2.5 Charakteristika žáka středního školního věku

Kapitola obsahuje specifika poznávacích procesů žáka středního školního věku[1], je východiskem pro přípravu experimentu popisovaného v praktické části.

Myšlení dítěte je na úrovni konkrétních logických operací. Dítě dává přednost způsobu poznávání, v němž se může svou vlastní činností přesvědčit o pravdivosti verbálně prezentovaných informací. Dítě je schopné decentrace. To znamená, že je schopné odpoutání se z vázanosti na jednu podobu reality. Bere v úvahu množinu různých pohledů a jejich vzájemné vztahy. Je schopno přirozeně použít analogie. Dovede posuzovat skutečnost podle více hledisek, dokáže ve svých úvahách respektovat najednou více faktorů, charakterizujících danou skutečnost. Mezi logické operace, které dítě zvládá, patří klasifikace a třídění, chápání podřazenosti prvku do určité třídy, řazení prvků podle více kritérií. Dítě chápe, že změna zjevných znaků neznamená změnu podstaty, uvědomuje si totožnost příslušného objektu v různých situacích. Významným znakem logického myšlení je jeho reverzibilita. To znamená, že logické operace jsou vratné. Proto dítě přesněji porozumí proměnlivosti reality (Vágnerová, 1996).

Vnímání se stává dokonalejší a přesnější, dítě je pozornější a vytrvalejší. Nezaměřuje se pouze na celkový tvar, prozkoumává věci po částech až do malých detailů. Vnímá rovinu i prostor a dokáže se v nich orientovat.

Pozornost je záměrná, dítě se dokáže soustředit na jednu konkrétní činnost 15 minut.

Zdokonaluje se krátkodobá i dlouhodobá paměť, mechanická paměť stále převládá nad logickou.

[1] období od 8 – 9 do 11 – 12 let dítěte

3 PRAKTICKÁ ČÁST

Cílem praktické části mé diplomové práce bylo provést výzkum, na základě jehož výsledků by bylo možné potvrdit nebo vyvrátit hypotézu formulovanou v metodologické části.

3.1 Metodologie

Východiska pro formulaci hypotézy a pro realizaci praktické části vycházejí z teoretické části. Žák středního školního věku se dokáže orientovat v rovině, graficky komunikuje bez nutnosti soustředění se na samotné psaní, je schopen soustředit se na jednu úlohu až 15 minut.

Formulace výzkumné otázky: V jaké míře použijí žáci prostředí čtvercové sítě ke zvětšování objektu?

Formulace hlavního cíle: Zjistit, v jaké míře využijí žáci v projektu prostředí čtvercové sítě ke zvětšování obrázku, pokud se předtím setkali s intenzivnější prací v tomto prostředí.

Hypotéza: Žáci 5. ročníku, kteří vyřeší soubor 20 úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě, jsou schopni uplatnit toto prostředí i v rámci projektu.

Podmínky hypotézy:

- prostředí je v projektu využito pro zvětšení obrázku
- žáci tohoto prostředí využijí spontánně, nebudou k tomu cíleně vedeni

Nástrojem ověření hypotézy byl komparativní výzkum, využila jsem metody experimentu. Zvolila jsem techniku paralelních skupin (Chráska, 2007). Podmínkou takového experimentu je výběr dvou skupin, experimentální a kontrolní, které mají stejné charakteristiky. V tomto případě se jedná o:

- věk (žáci 5. ročníku, 10 – 11 let)
- velikost skupiny (kolem 20 žáků ve skupině)
- výkonnost
- vzdělávání podle řady učebnic z nakladatelství Alter

- novost práce se čtvercovou sítí (žáci se s tímto prostředím kromě úloh v učebnici dříve nesetkali)

Další podmínkou je stejný průběh experimentu v obou skupinách. Jedná se zejména o tyto aspekty:

- období realizace experimentu
- pokyny zadané žákům
- materiální zajištění
- doba trvání
- použitá metoda

V experimentální skupině byl proveden experimentální zásah – skupina řešila soubor 20 úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě.

Plán průběhu experimentu:

říjen 2009 – testování souboru 20 úloh na náhodně vybraném vzorku žáků 5. ročníku (2 chlapci, 2 dívky)
prosinec 2009 – pilotní verze experimentu (ve skupině proveden experimentální zásah)
únor 2010 – realizace experimentu

Scénář[1] experimentu:

experimentální skupina	kontrolní skupina
experimentální zásah S1: (metoda frontální samostatné práce) 10 min. - úvod a zadání 35 min. - řešení úloh, dotazy závěr (realizováno ve 3 dnech – S1a: středa, úlohy 1 – 8; S1b: pátek, úlohy 9 – 14, S1c: pondělí, úlohy 15 – 20)	

[1] níže používám označení S1 (scénář 1), S2 (scénář 2)

S2: (projektová metoda)
10 min. úvod
35 min. samostatná frontální práce
2 a ½ vyučovací hodiny – skupinová práce
½ hodiny – zhodnocení projektu
(realizace po 2 dnech od S1, ve středu)

S2 (totožné s experimentální skupinou)

Změna organizační metody práce v S2 byla zvolena proto, aby nedošlo ke spojování metody v S1 s mou osobou. Byla eliminována možnost vcítění se, žáci nedostávali pobídku „tímhle způsobem jsem pracoval minule, musím tedy i dnes použít čtvercovou síť, se kterou jsem tehdy pracoval“.

3.2 Přípravná fáze experimentu

K realizaci experimentu jsem musela nejprve podstoupit přípravnou fázi, jež obsahovala tvorbu souboru úloh a přípravu projektu.

Coufalová (2006), stejně tak i Kubínová (2002) uvádějí, že před samotnou realizací projektu je třeba provést jeho přípravnou fázi. V této fázi si stanovíme cíl projektu, jeho téma, dobu trvání, materiální zajištění, zformulujeme si základní osnovu projektu a konkrétní zadání pro žáky.

Mým hlavním cílem bylo vytvořit diagnostický projekt[1], který by vedl ke zjištění, v jaké míře využívají žáci prostředí čtvercové sítě ke zvětšení obrázku. V první fázi jsem využila metody brainstormingu. Sepsala jsem si několik nápadů, ve kterých by se zvětšování obrázku dalo použít, a nakonec jsem z nich vybrala jedno téma, které mi přišlo nejvhodnější hned z několika důvodů. Tématem projektu jsem zvolila ZNAK TŘÍDY. Splňuje podmínku nutnosti zvětšení (z podoby návrhu na papíru formátu A5 do výsledné velikosti na balicí papír o rozměrech 1x1m); navíc je téma blízké žákům, týká se jich samých, mohou se s tématem identifikovat; vybízí brát skupinu žáků jako celek, nikoli jako skupinu jednotlivců.

[1] Kubínová (2002, s. 58)

Cílovou skupinou byli žáci 5. ročníku běžné základní školy.

Poté jsem vytvořila soubor dvaceti úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě, který měl být předložen experimentální skupině žáků k vyřešení před samotným projektem. Inspiraci k tvorbě úloh jsem čerpala ze skript od Hejného, Jirotkové (1999) a také z učebnic matematiky pro 1. stupeň ZŠ, se kterými jsem se setkala v průběhu studia na VŠ. Souboru úloh se budu více věnovat v kapitole 3.3.2.

Následoval návrh kostry projektu, ze kterého vyplynula doba trvání projektu, místo realizace a také materiální zajištění projektu.

3.2.1 Příprava projektu

HLAVNÍ CÍL PROJEKTU:

Cíl projektu jsem si formulovala ve dvou rovinách. Jednak to byl cíl stanovený pro mne, který zůstal žákům skrytý, jednak to byl cíl formulovaný z pohledu žáků.

- zjistit, zda žáci využijí prostředí čtvercové sítě při zvětšování znaku třídy (= cíl formulovaný z mého pohledu)
- navrhnout znak třídy (na papír velikosti A5) a poté ho zvětšit na balicí papír o velikosti 1x1m (= cíl formulovaný z pohledu žáka)

DÍLČÍ CÍLE PROJEKTU:

(formulované z pohledu žáka)

- rozvíjet komunikační dovednosti mezi žáky
- vytvořit si strategii organizace práce ve skupině
- upevnit si pocit sounáležitosti se zbytkem třídy

TÉMA PROJEKTU: znak třídy

CÍLOVÁ SKUPINA: žáci 5. ročníku ZŠ (celá třída)

DOBA TRVÁNÍ PROJEKTU: 4 – 5 vyučovacích hodin v průběhu jednoho dne

MÍSTO REALIZACE PROJEKTU: školní třída

MATERIÁLNÍ ZAJIŠTĚNÍ:

- bílé nelinkované papíry, formát A5
- čtverečkované papíry, velikost čtverečku 0,5 x 0,5cm, formát A5
- čtverečkované papíry, velikost čtverečku 1 x 1cm, formát A5
- tužka, pastelky
- balicí papír
- barevné papíry
- nůžky
- pravítko
- lepidlo
- obrázky znaků

KOSTRA PROJEKTU, FORMULACE ZADÁNÍ PRO ŽÁKY:

- samostatná frontální práce
    - ✓ charakteristika třídy
    - ✓ práce s pojmem znak
    - ✓ návrh znaku třídy
- práce ve skupinách
    - ✓ společný výběr vítězného znaku
    - ✓ vymýšlení strategie zvětšování znaku
    - ✓ zvětšení znaku na balicí papír, využití barevných papírů
- společně
    - ✓ zhodnocení

SCHOPNOSTI ŽÁKŮ POTŘEBNÉ K REALIZACI PROJEKTU

– porozumění zadání
– výběr vlastností, které charakterizují třídu
– přisouzení významu barvám a tvarům
– komunikace prostřednictvím barev a tvarů
– kreativita, fantazie

- spolupráce ve skupině
    - komunikační schopnosti (naslouchání, respektovaní názorů ostatních, argumentace pro obhájení svého názoru, domluva…)
    - organizace práce (práce s časem, rozdělení rolí ve skupině…)
- podání návrhu obsahující řešení problému
- experimentování
- vytvoření strategie zvětšování znaku
    - zachování poměrů velikostí jednotlivých částí znaku
    - kontrola porovnáním vzoru s výsledným zvětšeným znakem
- manuální zručnost

3.2.2 Soubor úloh

V této kapitole se budu zabývat popisem, analýzou a řešením úloh, se kterými se experimentální skupina žáků setkala před samotným projektem. Když jsem úlohy vytvářela, mým cílem bylo, aby žáci více pronikli do prostředí čtvercové sítě, sžili se s ním, dokázali se v něm orientovat, intenzivně v tomto prostředí pracovali, využívali vlastností tohoto prostředí, vyzkoušeli si pracovat s různými typy úloh a experimentovali při hledání jejich řešení.

První verzi úloh jsem otestovala na čtyřech náhodně vybraných žácích 5. ročníku, se kterými jsem měla možnost setkat se na praxích. Soubor úloh jsem zadala dvěma dívkám a dvěma chlapcům. Ještě před samotnou prací jsme si vysvětlili pojem mřížový bod a zadali si podmínky nutné k vypracování úloh.

Díky tomuto testování jsem přeformulovala některá zadání úloh tak, aby byla srozumitelnější. Zároveň vyplynuly i pojmy, které je potřeba si s experimentální skupinou žáků ještě před vypracováním úloh ujasnit.

Ujasnění pojmů a pokyny pro práci s úlohami:

- pojmy MNOHOÚHELNÍK, LOMENÁ ČÁRA, OSOVÁ SOUMĚRNOST, OSOVĚ SOUMĚRNÝ OBRÁZEK
- vysvětlení pojmu MŘÍŽOVÝ BOD
- Mnohoúhelníky mají vrcholy v mřížových bodech.
- Lomená čára se lomí v mřížových bodech.

- Krajní body úsečky leží v mřížových bodech.

Snáze se mi pak také odhadovalo, kolik času bude potřeba věnovat řešení úloh. Vznikla tak konečná podoba souboru dvaceti úloh, které mají svou strukturu. Podobné typy úloh jsou řazeny za sebou, postupují od jednodušších ke složitějším, gradují.

3.2.2.1 Rozdělení úloh

Úlohy můžeme dělit podle několika hledisek:

- podle tématu a obsahu úlohy (s jakými pojmy a druhem učiva se v úloze můžeme potkat)
- podle povahy úlohy (kompoziční, kompletační, korekční, dekompoziční)

<u>Rozdělení podle tématu a obsahu úlohy</u>

Během vypracovávání úloh se žáci setkají s takovými matematickými pojmy, jako je mnohoúhelník a jeho druhy, vlastnosti mnohoúhelníku, délka úsečky, osová souměrnost, zvětšení mnohoúhelníku, lomená čára či kvantifikátory.

1) Mnohoúhelník a jeho druhy

   Tento pojem se objevuje téměř v každé úloze. Samo prostředí čtvercové sítě vybízí pojem využívat. Žáci tak načrtávají mnohoúhelníky podle zadaných kritérií (daný obsah mnohoúhelníku, počet stran…), upravují je (rozdělují, dotvářejí, zvětšují).

   S pojmem mnohoúhelník nebo s konkrétním označením různých druhů mnohoúhelníků (čtverec, obdélník, trojúhelník) se setkáme v úloze 1, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

2) Vlastnosti mnohoúhelníku

   V úlohách se můžeme setkat s pojmy obsah mnohoúhelníku, strana mnohoúhelníku. Vlastnosti mnohoúhelníku jsou většinou dány jako kritéria, podle kterých se má výsledný mnohoúhelník vytvořit nebo upravit.

   Tyto pojmy se vyskytují v úlohách 1, 3, 4, 5, 10, 16.

3) Délka úsečky

Tento pojem se v úlohách vyskytuje pouze třikrát, nicméně jeho důležitost je srovnatelná s ostatními pojmy. V jednom případě zavádím pro žáky dosud neznámou jednotku („délka úsečky je 1s“), v dalším případě žáci délku úsečky zdvojnásobují.

S délkou úsečky se setkáme v úlohách 2, 3, 16.

4) Osová souměrnost

Čtvercová síť je velmi vhodným prostředím pro práci s osovou souměrností. Žáci v úlohách dokreslují geometrický obrázek[1] souměrný podle osy, poupravují obrázek tak, aby byl osově souměrný, sami ho také vytváří.

Úlohy, které se zaměřují na osovou souměrnost, jsou 8, 9, 11.

5) Zvětšení mnohoúhelníku[2]

S tímto pojmem se setkáme u tří úloh. Ve dvou úlohách mají žáci zvětšit mnohoúhelník podle pokynů, v dalším případě pracují se dvěma velikostmi čtvercových sítí, překreslují mnohoúhelník z jedné do druhé.

S pojmem zvětšení se setkáme v úlohách 14, 15, 16.

6) Lomená čára

Lomená čára je v těchto úlohách použita k rozdělení mnohoúhelníků na menší části.

Setkáme se s ní v úlohách 18 a 19.

7) Kvantifikátory[3]

Slova jako *alespoň, právě, nejvíce, více než* zpřesňují žákům výběr mnohoúhelníků. Někdy jsou kombinovány ještě s dalšími podmínkami, což zvyšuje obtížnost zadané úlohy.

S těmito pojmy se setkáme v úlohách 1, 3, 4, 5, 17, 18, 19.

<u>Rozdělení podle povahy úlohy</u>

[1] soubor mnohoúhelníků a lomených čar, které mají vrcholy v mřížových bodech

[2] Typ podobného zobrazení v rovině – stejnolehlost se středem S a koeficientem stejnolehlosti *k*, kdy $k \in \mathbb{N} \wedge k \neq 1$. Pak k libovolnému trojúhelníku ABC je stejnolehlý trojúhelník A´B´C´podle středu S při koeficientu *k*.

[3] symbol využívaný v matematice vyjadřující míru přítomnosti dané vlastnosti

Soubor úloh byl koncipován tak, aby žáci při jejich řešení byli nuceni vymýšlet geometrické útvary, dotvářet jejich tvary (doplňovali tvary do jejich konečné podoby), upravovat tvary či jejich polohu v rovině a také je rozdělovat podle zadaných podmínek.

1) Kompoziční úlohy

   Žák podle zadaných podmínek načrtává konkrétní mnohoúhelníky, vymýšlí si své vlastní mnohoúhelníky či geometrické obrázky.

   Kompozici provádí žák v úlohách 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 14, 15, 16.

2) Kompletační úlohy

   Žák podle zadaných podmínek dotváří (doplňuje) mnohoúhelník či geometrický obrázek do závěrečné podoby.

   S kompletací se můžeme setkat v úlohách 8, 10, 13.

3) Korekční úlohy

   Žák podle zadaných podmínek upravuje tvar či polohu mnohoúhelníku nebo geometrického obrázku.

   Korekci nalezneme v úlohách 11, 12, 17.

4) Dekompoziční úlohy

   Žák podle zadaných podmínek rozděluje celek na menší části.

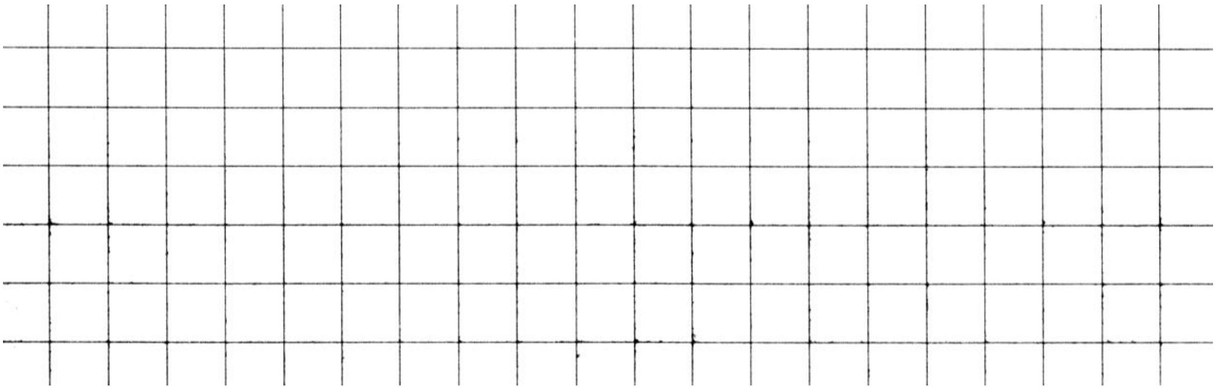
   S dekompozicí se setkáme v úlohách 12, 18, 19, 20.

3.2.2.2 Charakteristika jednotlivých úloh

ÚLOHA Č. 1

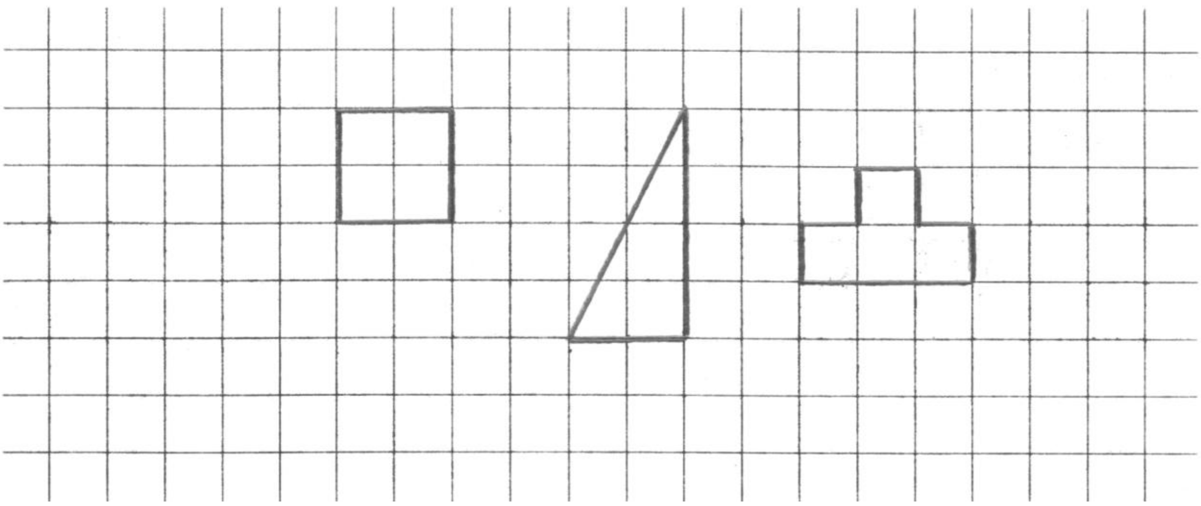
Zadání:

1) Načrtni alespoň 3 různé mnohoúhelníky, které mají obsah právě 4 čtverečky (4□).



Obr. 1

Možné řešení: (obr. 2)



Obr. 2

Charakteristika úlohy:

S podobnými úlohami se mohou žáci setkat i v učebnicích, lze tedy předpokládat již nějakou zkušenost s obdobným zadáním, proto patří mezi ty jednodušší. Žáci se zde setkávají poprvé s obsahem, jehož jednotkou není cm^2, ale jeden čtvereček. Mohou si vyzkoušet, že části čtverečků se skládají dohromady a výsledný obsah je tak součtem všech čtverečků (celých, i jednotlivých částí). Úloha má mnoho řešení, mají proto volnost při výběru z různých mnohoúhelníků.

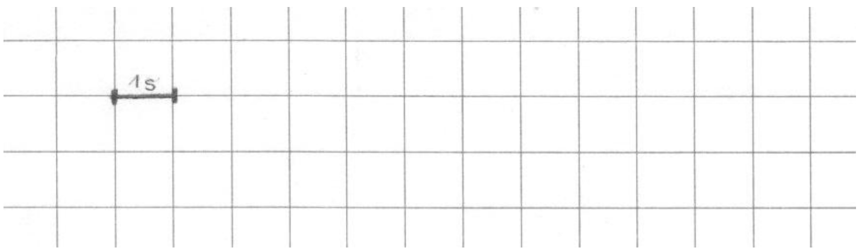
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- přiřazení tvaru danému pojmu (mnohoúhelník)
- schopnost experimentovat
- schopnost vytvořit geometrický útvar podle zadané podmínky

ÚLOHA Č. 2

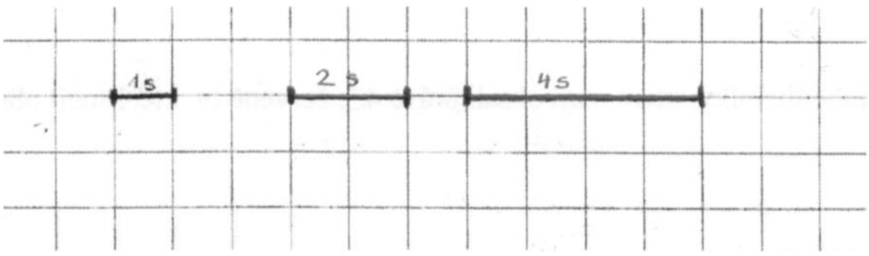
Zadání:

2) Tato úsečka má délku **1s** (obr. 3). Načrtni úsečku, jejíž délka je **2s**; **4s**.



Obr. 3

Řešení: (obr. 4)



Obr. 4

Charakteristika úlohy:

Během hodin matematiky se žáci běžně setkávají s pojmem úsečka a délka úsečky, nyní jsou však tyto pojmy vloženy do prostředí čtvercové sítě. V předchozí úloze byla nově zavedena jednotka pro obsah mnohoúhelníku, zde se žáci poprvé setkávají s jednotkou délky. Zavedla jsem jednotku *1s*, která odpovídá délce strany jednoho čtverečku ve čtvercové síti. Tato jednotka může být pro mnoho žáků abstraktní, tedy vzdálenější, úloha se tím stává složitější. Ve chvíli, kdy žák nový pojem pochopí, splnění úkolu už je pro něj poměrně jednoduché, využívá zkušeností z úloh, které nebyly vloženy do prostředí čtvercové sítě.

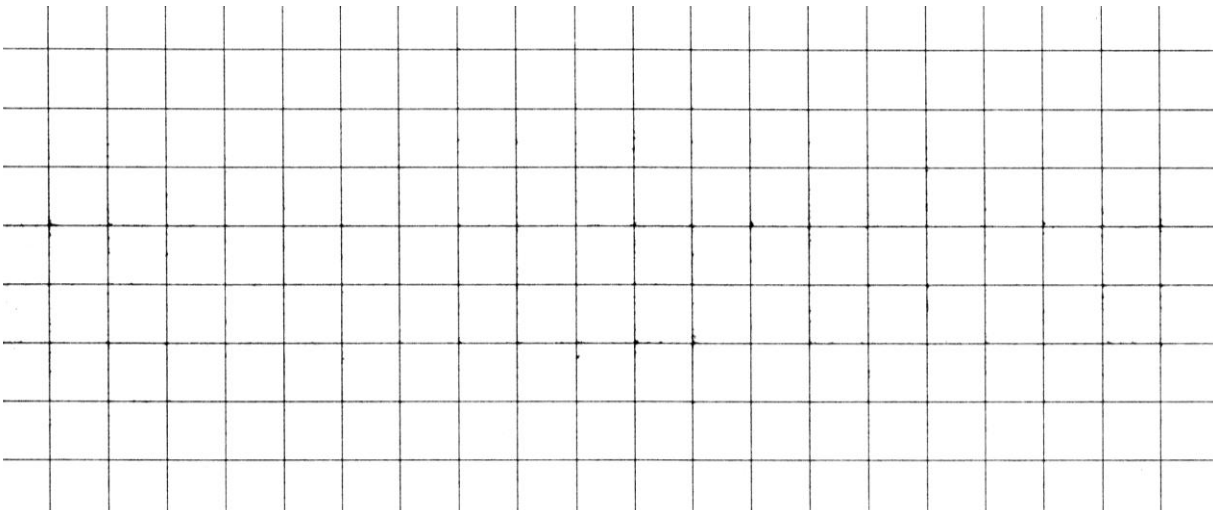
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- převod psaného textu do grafické obrazové podoby
- schopnost přijmout nově zavedený pojem a dále ho aplikovat v úloze

ÚLOHA Č. 3

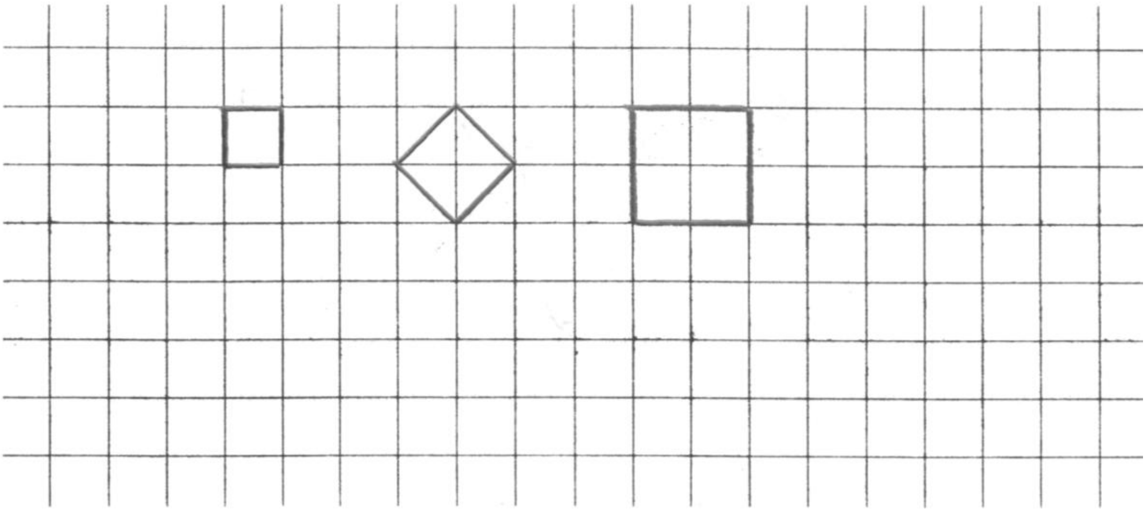
Zadání:

3) Načrtni co nejvíce čtverců různých velikostí, jejichž délka strany má nejvíce (maximálně) **2s**. Každá velikost čtverce může být zastoupena pouze jednou.



Obr. 5

Řešení: (obr. 6)



Obr. 6

Charakteristika úlohy:

Tato úloha volně navazuje na úlohu č. 2, žák má zde za úkol aplikovat pojem, se kterým se setkal v předchozí úloze. Úloha je navíc ztížena podmínkami (nalézt co nejvíce čtverců, délka strany je maximálně 2s). Předpokládám, že pro žáky bude poměrně obtížné nalézt čtverec, jehož strany neleží na linkách sítě.

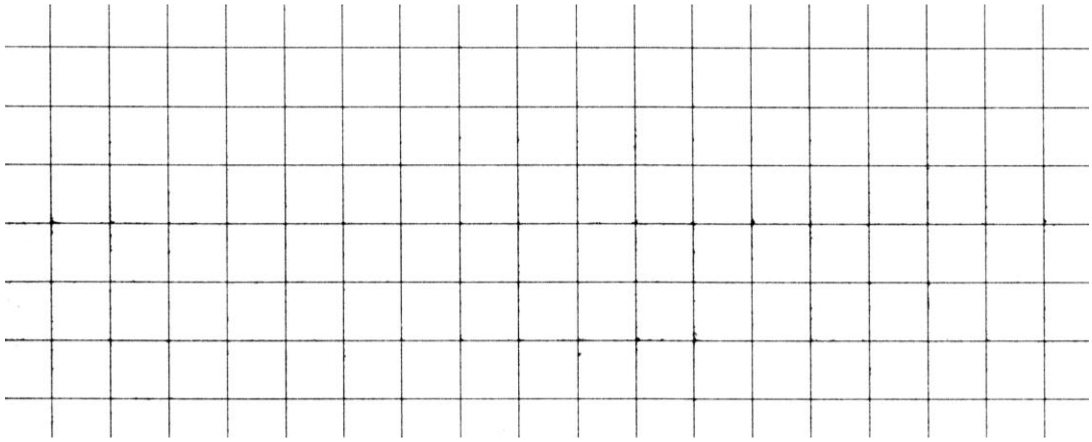
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- zvýšená trpělivost (načrtni co nejvíce čtverců)
- porozumění textu (*nejvíce* 2s)
- uvědomění si, že mřížové body mohu spojit nejen po lince, ale i mimo ni
- aplikace pojmu *2s* v úloze

ÚLOHA Č. 4

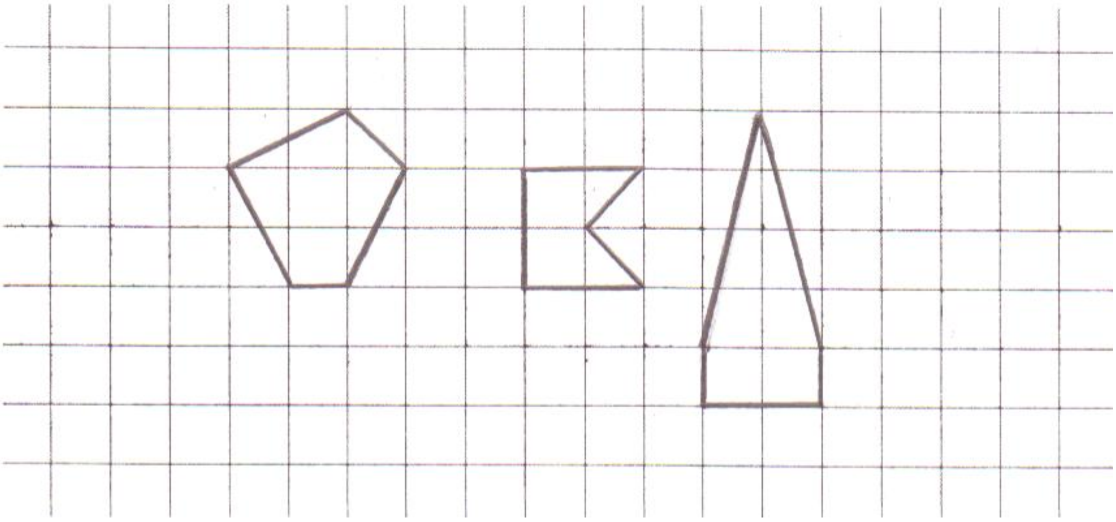
Zadání:

4) Načrtni 3 různé mnohoúhelníky, které mají právě 5 stran.



Obr. 7

Možné řešení: (obr. 8)



Obr. 8

Charakteristika úlohy:

Tuto úlohu zahrnuji mezi ty jednodušší, žáci se s ní mohli potkat již dříve, byť mimo prostředí čtvercové sítě. Myslím si, že položení této úlohy do prostředí čtvercové sítě žákům úlohu zjednodušuje. Mají záchytné body (mřížové body), kterých se musí držet, mohou si však vybrat, které z nich použijí. Další pomůckou jsou linky sítě, kterých žák při řešení úlohy může také využít.

Předpokládám, že kdyby měli žáci zadanou úlohu v „prázdné rovině“, v řešení by se vyskytoval větší počet konvexních mnohoúhelníků. Když je zadána úloha takto, žáci mají jiné možnosti, mohou postupně spojovat mřížové body, počítat si počet spojnic a nehledí na samotný tvar mnohoúhelníku. Myslím si, že konvexní a nekonvexní mnohoúhelníky budou v prostředí čtvercové sítě zastoupeny rovnoměrně. Úloha má mnoho řešení, žáci mají volnost při výběru z různých mnohoúhelníků.

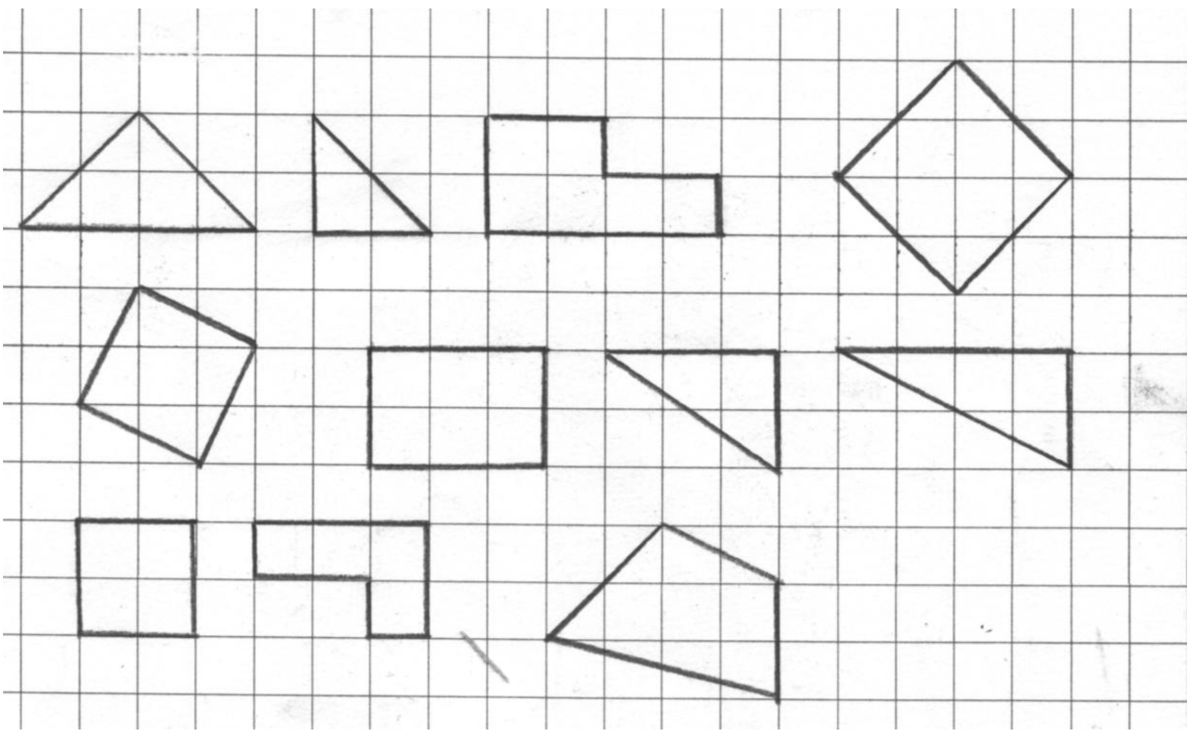
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- uvědomění si, že mřížové body mohu spojit nejen po lince, ale i mimo ni (také úloha 3)
- porozumění textu (*právě*)
- přiřazení tvaru danému pojmu (mnohoúhelník) (také úloha 1)
- fantazie

ÚLOHA Č. 5

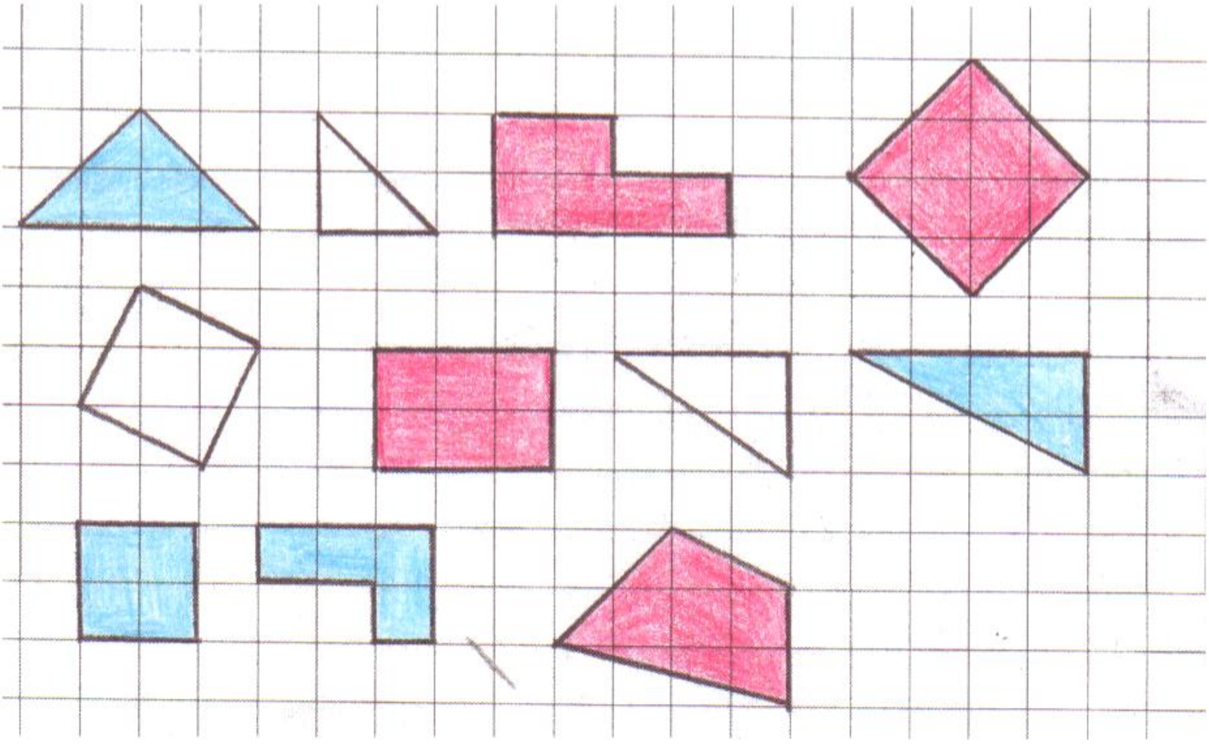
Zadání:

5) Modře vybarvi mnohoúhelníky, které mají obsah právě 4□, červeně ty, které mají obsah větší než 5□. (obr. 9)



Obr. 9

Řešení: (obr. 10)



Obr. 10

Charakteristika úlohy:

Žáci zde opět pracují s pojmem obsah, se kterým se setkali již v předchozích úlohách. Předpokládám, že pro ně bude jednodušší určit obsah mnohoúhelníků, jejichž strany vedou po linkách sítě. Nebudou muset skládat obsahy rozdělených čtverečků dohromady.

Tato úloha je ztížena velkým počtem různých mnohoúhelníků, z nichž žáci vybírají ty, které mají vlastnost řečenou v zadání (obsah právě 4 čtverečky; obsah větší než 5 čtverečků), a podle toho je označí. Myslím si, že prvně zmiňovaná vlastnost je pro žáky srozumitelnější, navíc byla zmíněna již v úloze č. 1. Vlastnost mnohoúhelníků - obsah větší než 5 čtverečků - je obtížnější. Žáci mohou přemýšlet nad tím, zda tam patří i mnohoúhelníky, které mají obsah právě 5 čtverečků, nebo jestli se to těchto mnohoúhelníků netýká. Další otázkou je, jak si poradí s mnohoúhelníky, které ani jednu vlastnost nemají.

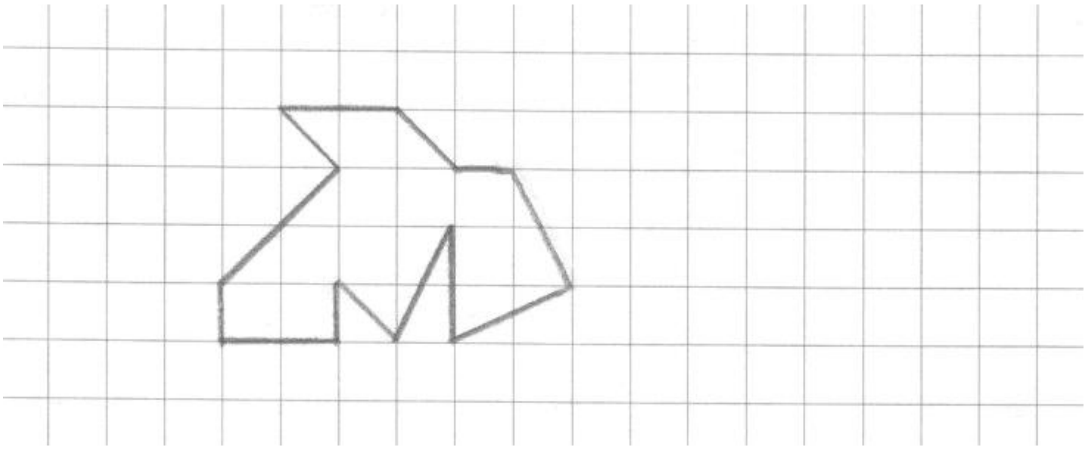
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- třídění typu má/nemá určitou vlastnost - výběr
- komunikace prostřednictvím barev
- porozumění textu (*více než*)
- usuzování (když nevyhovuje žádné podmínce, co s tím?)

ÚLOHA Č. 6

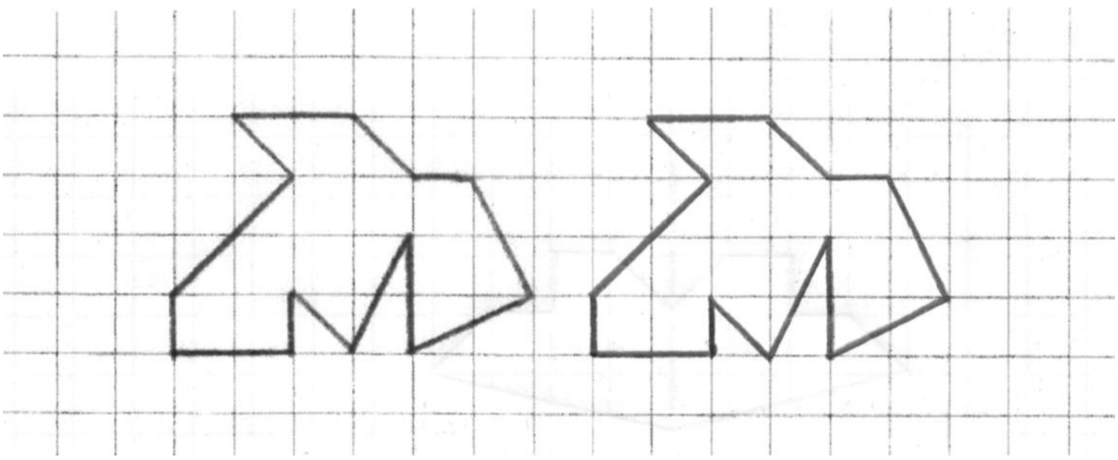
Zadání:

6) Překresli přesně tento mnohoúhelník (obr. 11) do připraveného pole.



Obr. 11

Řešení: (obr. 12)



Obr. 12

Charakteristika úlohy:

Tento typ úloh (překresli přesně obrázek do čtvercové sítě) nabízí například učebnice z nakladatelství Alter či Pansofia. Žáci s nimi mohou tedy mít zkušenosti, úloha se tím stává snazší. Je zde prostor pro vlastní strategii pohybu ve čtvercové síti. Zároveň je kladen důraz na pečlivost a pozornost při překreslování vzoru.

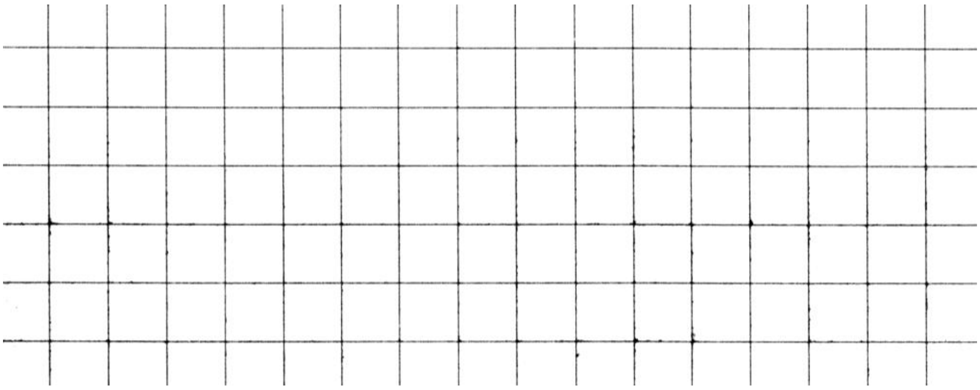
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- pozornost spojená s přesností vnímání a reprodukcí vzoru
- kontrola porovnáním vzoru s vlastním mnohoúhelníkem
- vytvoření vlastní strategie k překreslení mnohoúhelníku

ÚLOHA Č. 7

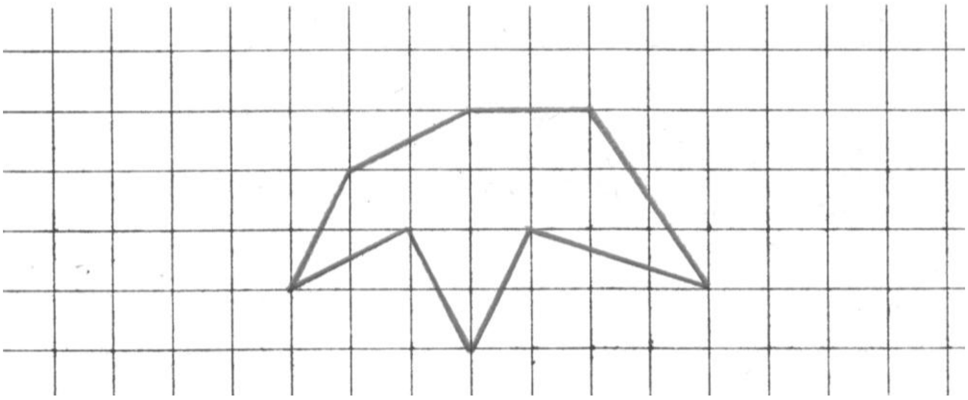
Zadání:

7) Načrtni vlastní mnohoúhelník.



Obr. 13

Možné řešení: (obr. 14)



Obr 14.

Charakteristika úlohy:

Podobně jako v předchozí úloze, i zde si žáci volí vlastní strategii pohybu ve čtvercové síti. Podmínkou je, aby výsledný útvar byl mnohoúhelník. Vzhledem k tomu, že s tímto pojmem se žáci setkávali v téměř v každé z předchozích úloh, považuji tuto úlohu za velmi jednoduchou. Žákům nejsou dána skoro žádná omezení: Je možné, že zapomenou na pravidla práce ve čtvercové síti a nebudou umisťovat vrcholy mnohoúhelníku do mřížových bodů.

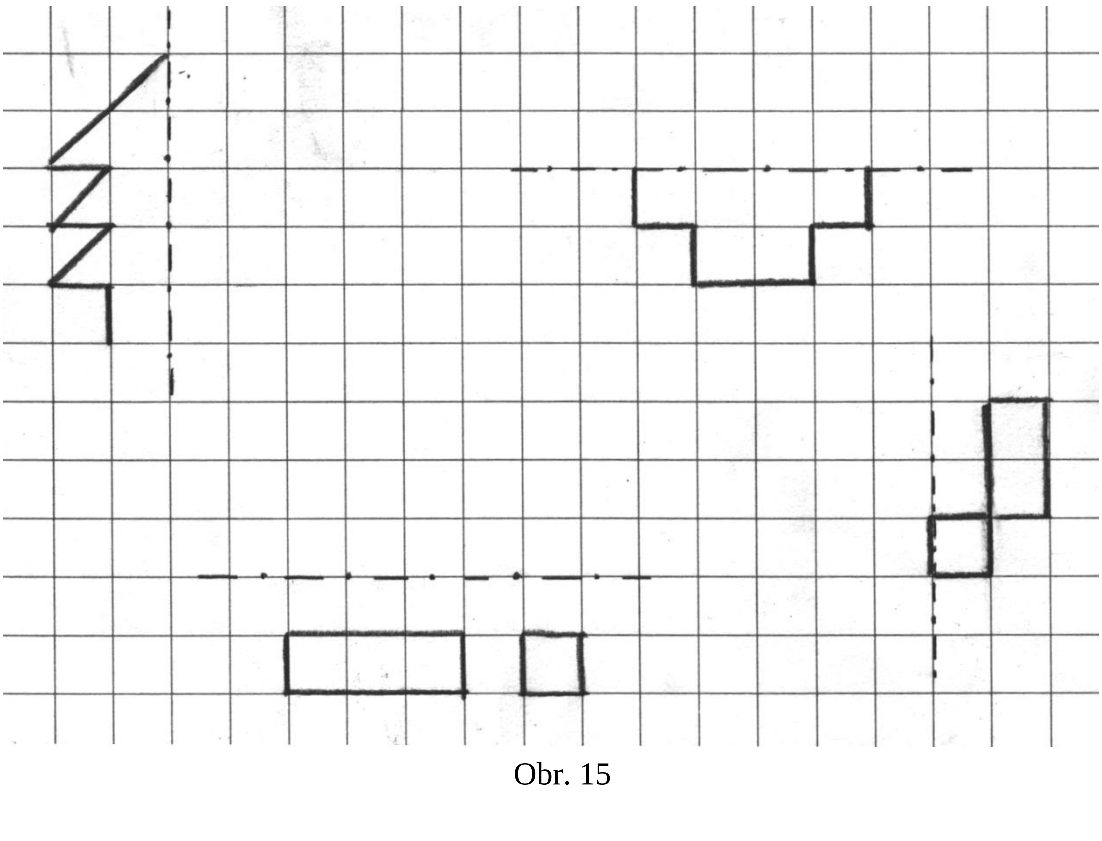
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- fantazie (také úloha 4)
- zvýšená pozornost (také úloha 6)
- přiřazení tvaru danému pojmu (také úlohy 1, 4)

ÚLOHA Č. 8

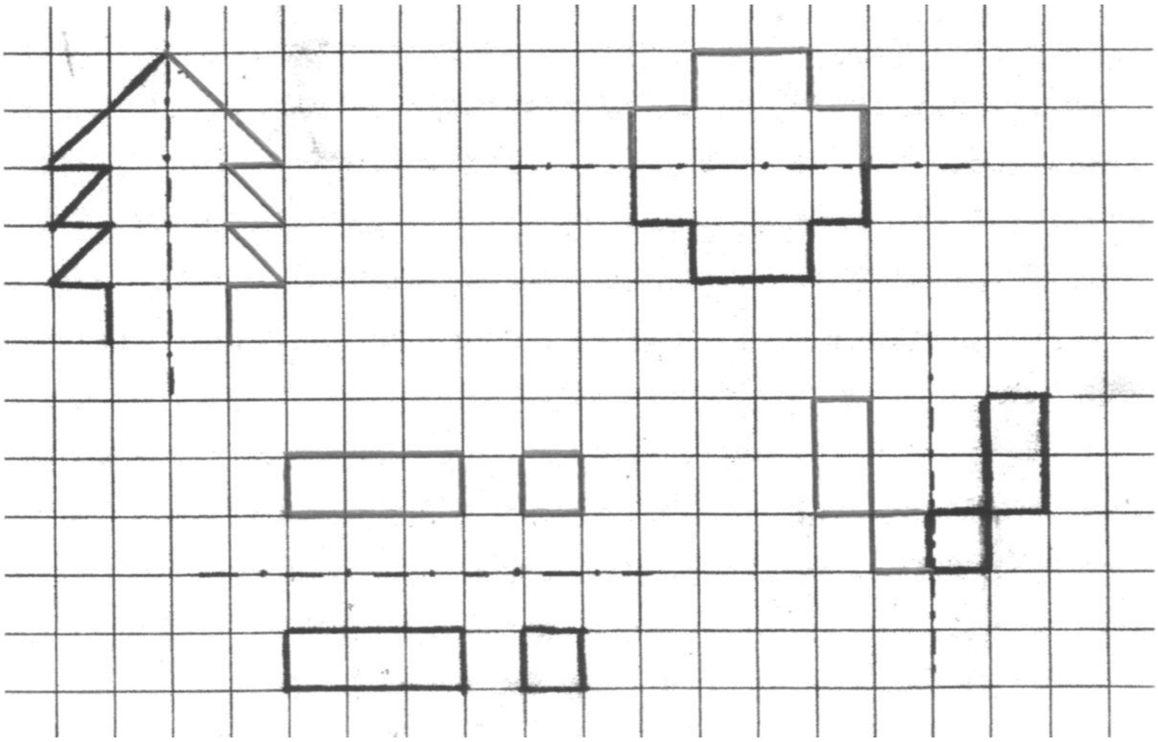
Zadání:

8) Dokresli obrázky (obr. 15) tak, aby byly souměrné podle naznačené osy.



Obr. 15

Řešení: (obr. 16)



Obr. 16

Charakteristika úlohy:

V souboru úloh se poprvé objevuje téma osové souměrnosti. Prostředí čtvercové sítě usnadňuje práci s osovou souměrností, možná i proto se podobný typ úloh vyskytuje ve většině učebnic matematiky. Zde žáci dokreslují geometrický obrázek tak, aby byl souměrný podle naznačené osy. Setkají se s dokreslením pravé poloviny obrázku, levé poloviny, ale také s dokreslením horní poloviny obrázku. Nejsnazší mi přijde dokreslení pravé poloviny z toho důvodu, že jsme zvyklí číst zleva doprava, mozek je na postup zleva doprava zvyklý.

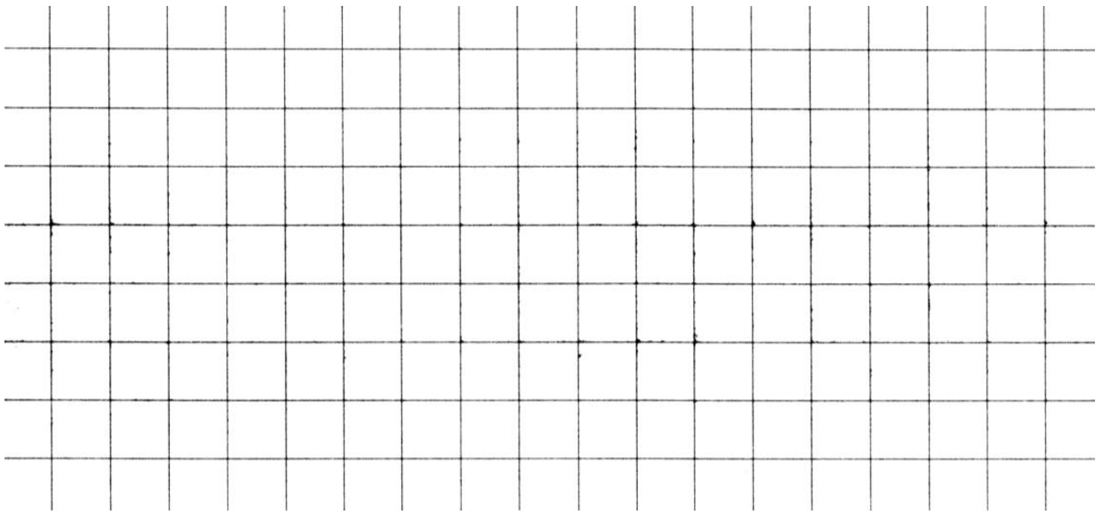
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- kompletace obrázku
- kontrola porovnáním předlohy s vytvořeným → využití osové souměrnosti (také úloha 6)
- obrazová představivost

ÚLOHA Č. 9

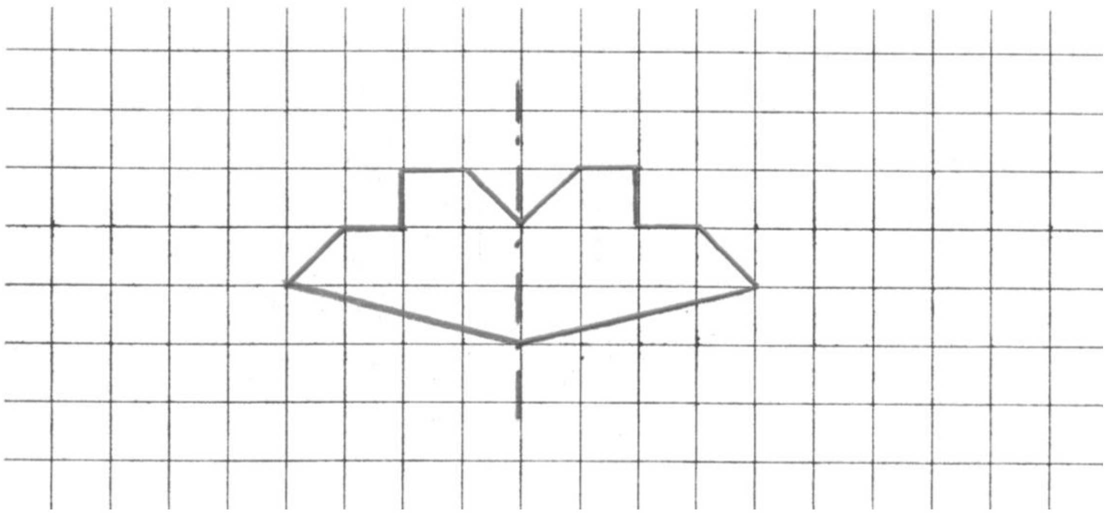
Zadání:

9) Načrtni osově souměrný obrázek, naznač v něm osu souměrnosti.



Obr. 17

Možné řešení: (obr. 18)



Obr. 18

Charakteristika úlohy:

Tato úloha volně navazuje na úlohu č. 8, žáci mají i ze života mnoho zkušeností s osově souměrnými tvary. Předpokládám, že část žáků bude postupovat tak, že si nejdříve načrtne osu souměrnosti, nakreslí polovinu obrázku a zbytek pak dotvoří jako u předcházející úlohy. Druhá část žáků však načrtne obrázek jako celek a v něm poté bude hledat osu souměrnosti.

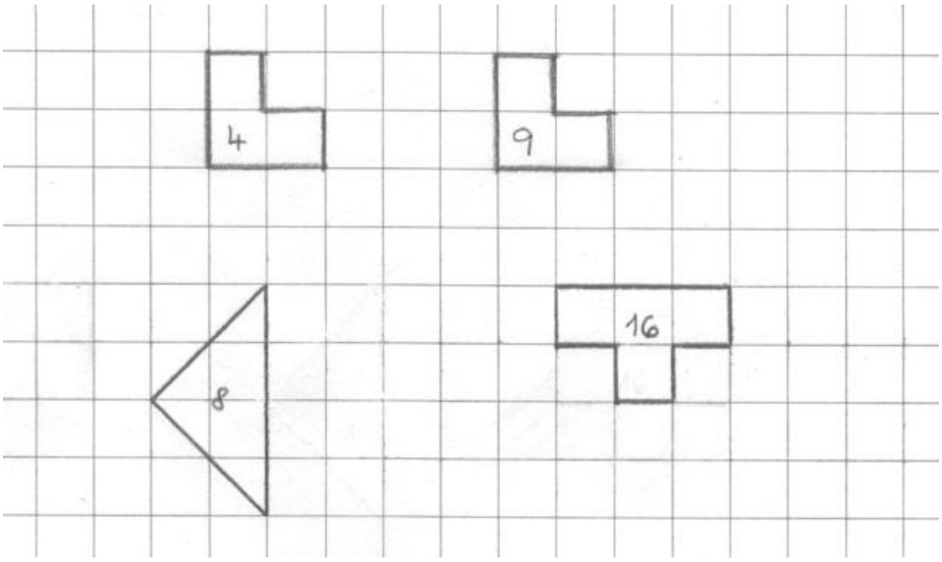
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- fantazie (také úlohy 4, 7)
- obrazová představivost (také úloha 8)
- schopnost rozdělit geometrický obrázek na dvě části, které jsou souměrné podle osy

ÚLOHA Č. 10

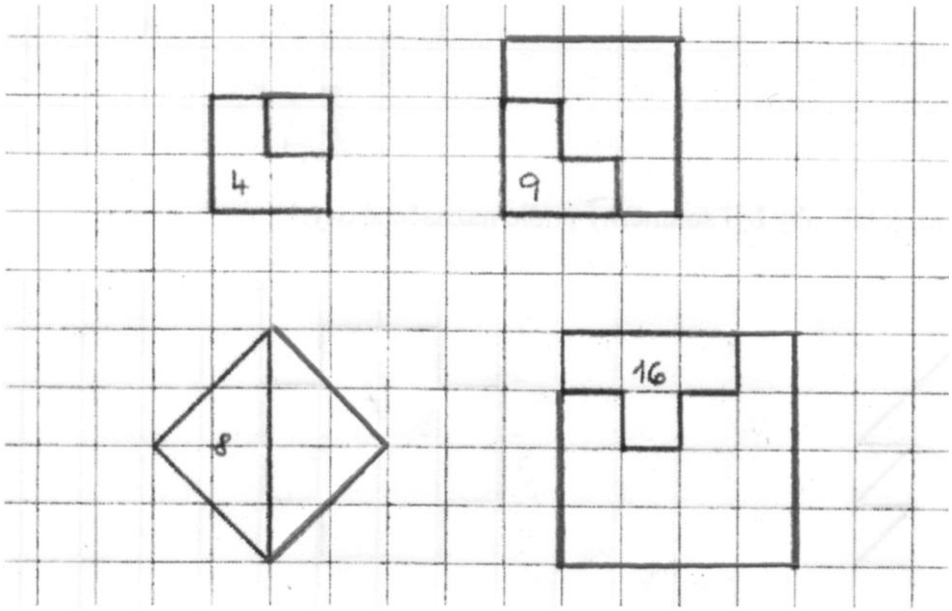
Zadání:

10) Dokresli každý mnohoúhelník tak, aby vznikl čtverec s předepsaným obsahem (počtem □). (obr. 19)



Obr. 19

Možné řešení: (obr. 20)



Obr. 20

Charakteristika úlohy:

Tato úloha vybízí žáka ke kompletaci mnohoúhelníku podle dvou podmínek. Jednou podmínkou je daný obsah, druhou je tvar mnohoúhelníku. Předpokládám, že splnění první podmínky je pro žáka jednodušší, spočítá si daný počet čtverečků, které by měly být součástí mnohoúhelníku. Aby byla splněna i druhá podmínka, žák musí být pozorný a sledovat výsledné délky stran mnohoúhelníku. Problém by mohl být s útvarem, který má mít výsledný obsah 8 čtverečků. Jednak je potřeba skládat obsah i z půlek čtverečků, jednak je netradiční umístění útvaru v rovině. Strany výsledného čtverce nepovedou po linkách sítě, zakreslení takovéhoto čtverce je obtížnější.

Poloha výsledných čtverců s obsahem 4 a 8 čtverečků je pevně daná, u zbývajících dvou čtverců má žák možnost volby, jakou polohu čtverců zvolí.

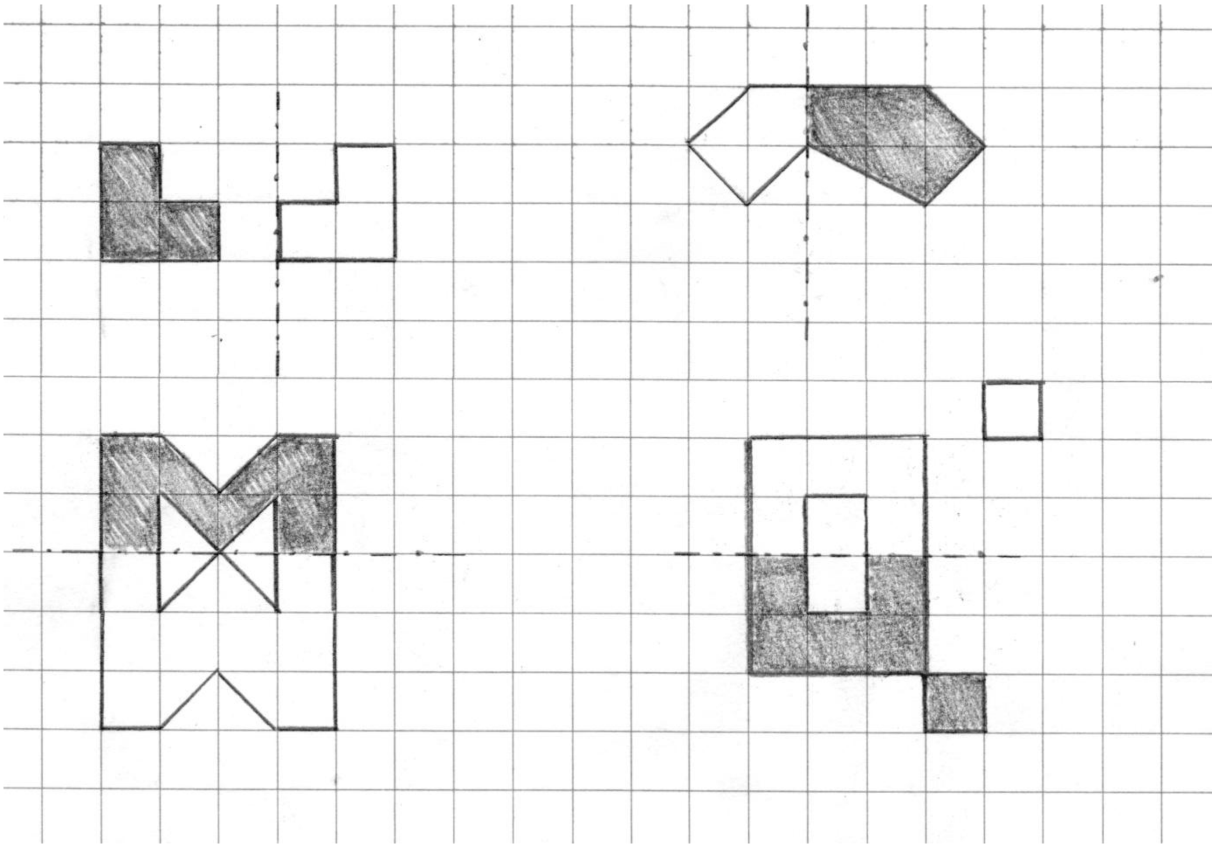
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- kompletace obrázku s respektováním 2 podmínek (také úloha 8)
- obrazová představivost (také úlohy 8, 9)
- schopnost přijmout fakt, že nemusí být jen jedno správné řešení

ÚLOHA Č. 11

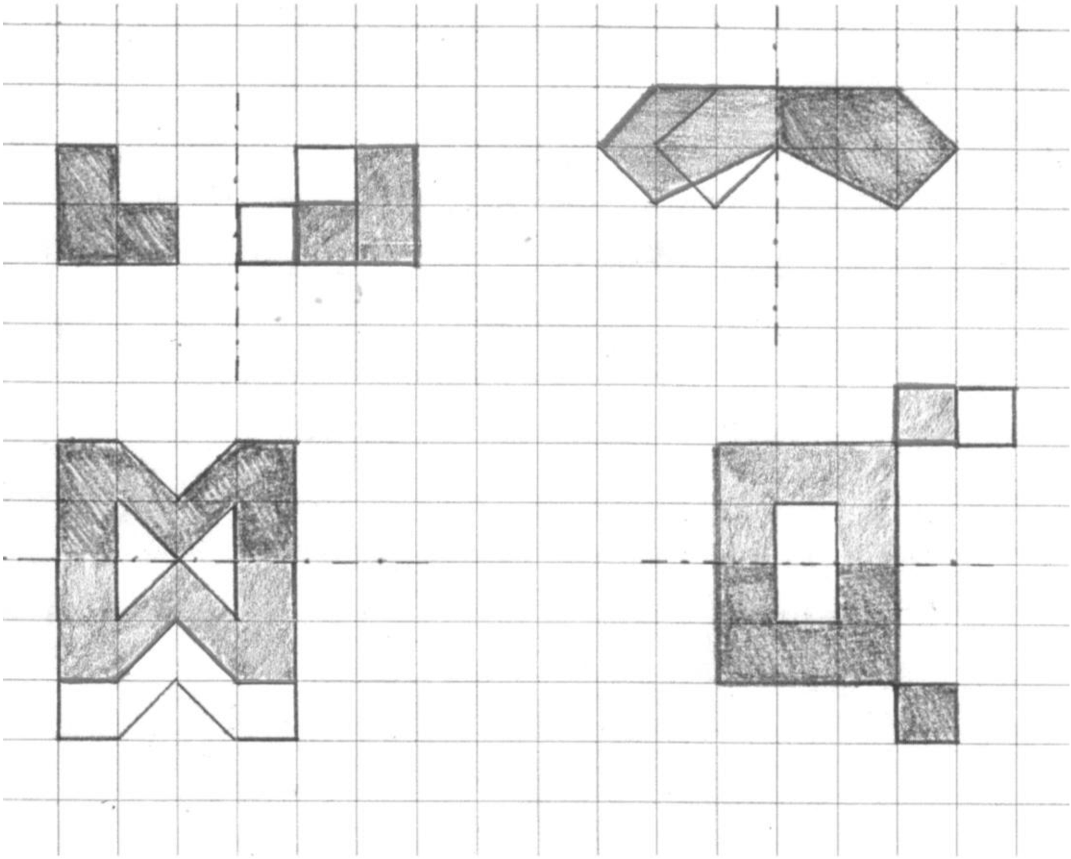
Zadání:

11) Uprav nevybarvenou část obrázku tak, aby byl výsledný obrázek souměrný podle naznačené osy. (obr. 21)



Obr. 21

Řešení: (obr. 22)



Obr. 22

Charakteristika úlohy:

Tato úloha má jistou podobnost s úlohou č. 8, žáci se zde opět setkávají s osovou souměrností, řešením úlohy je opět geometrický obrázek souměrný podle naznačené osy. V této úloze však žáci provádějí korekci nevybarvené části obrázku. Myslím si, že úloha je proto o něco složitější, špatně načrtnutá část obrázku může být pro žáka matoucí. V některých případech upravuje žák tvar obrázku, jindy pouze jeho pozici.

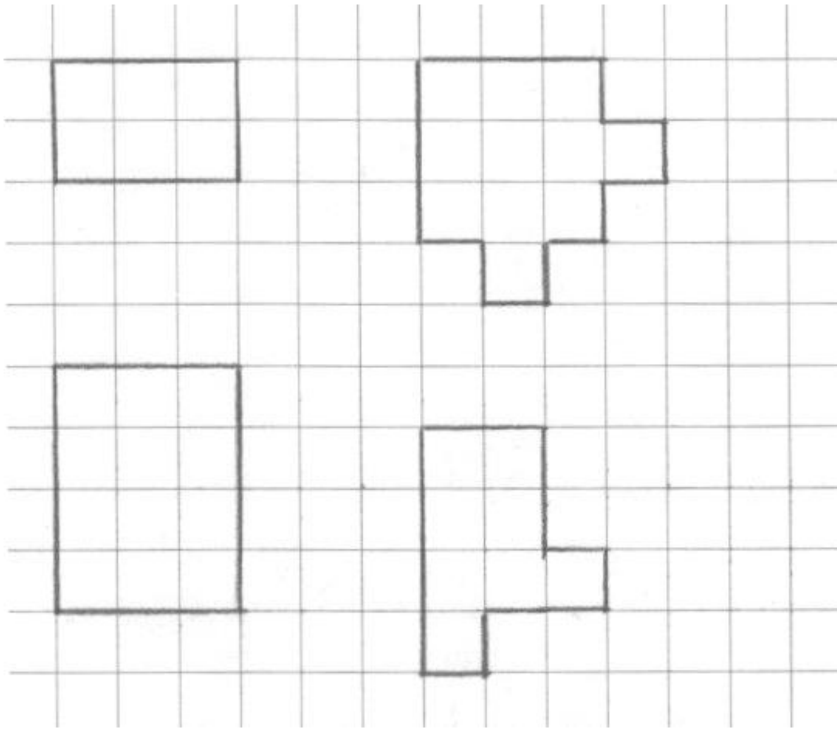
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- korekce posunutím, změnou tvaru
- schopnost orientace v rovině
- kontrola porovnáním vybarvené části obrázku s upravenou částí (také úlohy 6, 8)

ÚLOHA Č. 12

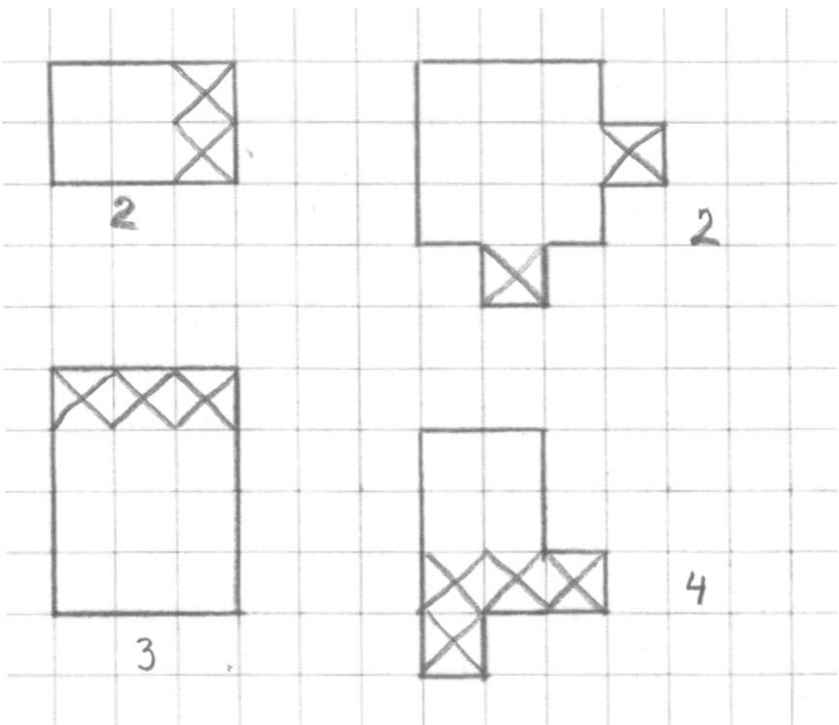
Zadání:

12) Jaký nejmenší počet □ musíš z mnohoúhelníku ubrat (vyškrtnout), aby se z něj stal čtverec? Ubírané □ škrtni. (obr. 23)



Obr. 23

Možné řešení: (obr. 24)



Obr. 24

Charakteristika úlohy:

Tato úloha rozvíjí v žáku schopnost vidět konkrétní tvar v celku. Žák provádí korekci s využitím dekompozice. Je nutno splnit dvě podmínky. První podmínkou je, že hledanými útvary jsou čtverce. Druhá podmínka říká, že výsledné čtverce mají být co největší. Úloha má více řešení, žák si ve třech ze čtyř případů může vybrat, kde bude výsledný čtverec umístěn (pouze pozice čtverce v mnohoúhelníku umístěného vpravo nahoře je přesně dána).

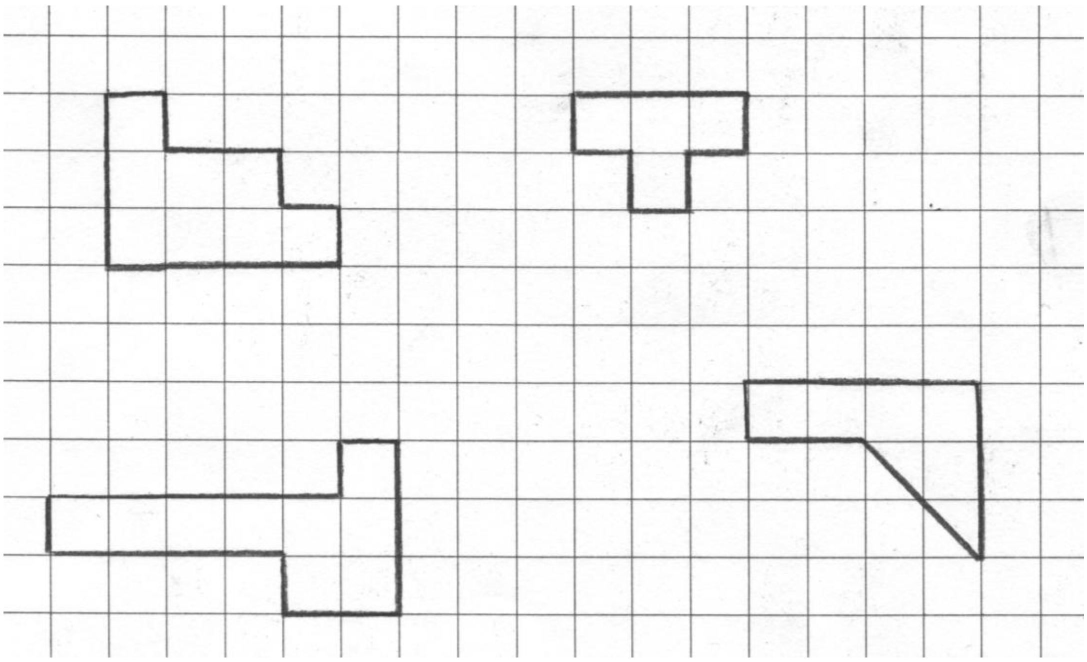
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- představa co největšího čtverce v mnohoúhelníku
- hledání jednotlivin v celku
- schopnost přijmout fakt, že nemusí být jen jedno správné řešení (také úloha 10)

ÚLOHA Č. 13

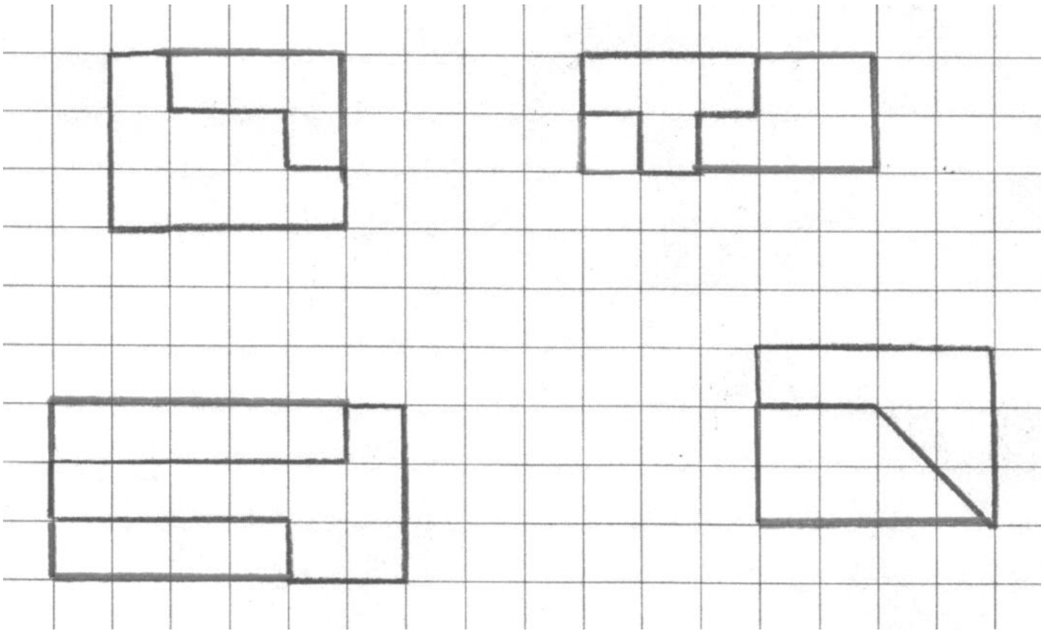
Zadání:

13) Dokresli mnohoúhelník tak, aby vznikl obdélník. (obr. 25)



Obr. 25

Možné řešení: (obr. 26)



Obr. 26

Charakteristika úlohy:

Tato úloha je v jistém slova smyslu opačná k úloze č. 12. V předchozí úloze hledal žák čtverec v celku; zde dotváří mnohoúhelníky v obdélník, spojuje části v celek, kompletuje obrázek. Nejsou zadány žádné další podmínky, úloha tak má nekonečně mnoho řešení, omezuje nás pouze velikost papíru.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

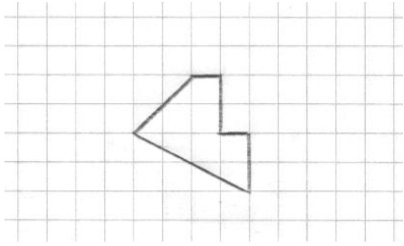
- představa pojmu obdélník
- kompletace mnohoúhelníků
- schopnost přijmout fakt, že nemusí být jen jedno správné řešení (také úlohy 10, 12)
- fantazie (také úlohy 4, 7, 9)

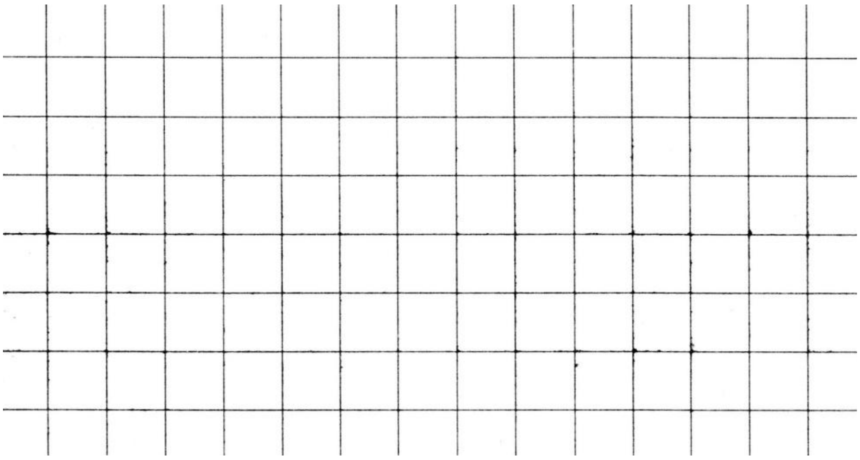
ÚLOHA Č. 14

Zadání:

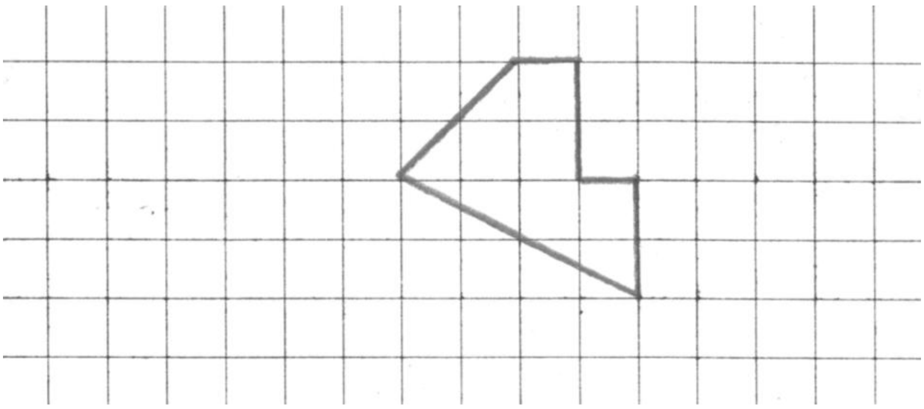
14) Překresli daný mnohoúhelník (obr. 27) do „větší čtvercové sítě“. Jeden čtvereček v „malé čtvercové síti“ odpovídá jednomu čtverečku ve „větší čtvercové síti“.

Obr. 27





Řešení: (obr. 28)



Obr. 28

Charakteristika úlohy:

Žák se u této úlohy setkává s různými velikostmi čtvercové sítě. Pro vyřešení úlohy si musí uvědomit, že vlastnosti obou čtvercových sítí jsou stejné, jiná velikost vlastnosti nemění. Tudíž i tvar mnohoúhelníku zůstane zachován, změní se pouze jeho velikost.

Tak jako u úlohy č. 6, i zde si žák volí vlastní strategii překreslování vzoru. Zároveň je zde kladen zvýšený důraz na pečlivost a pozornost.

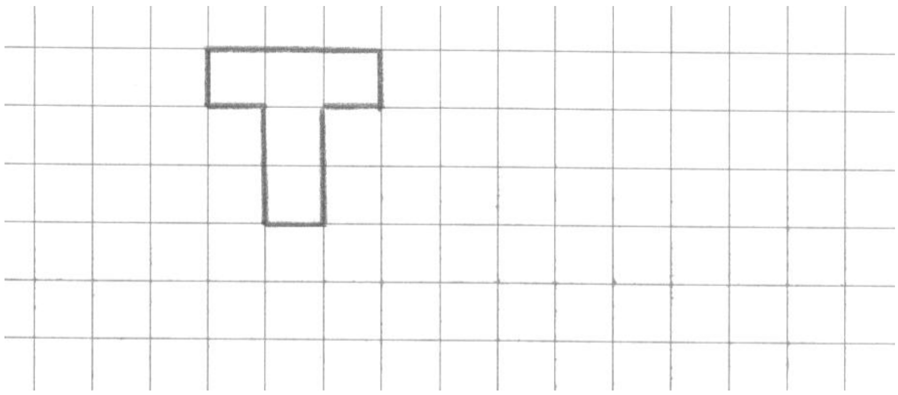
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- pozornost spojená s přesností vnímání a reprodukcí vzoru (také úloha 6)
- kontrola porovnáním vzoru s vytvořeným mnohoúhelníkem (také úloha 6)
- vytvoření vlastní strategie k překreslení mnohoúhelníku (také úloha 6)
- uvědomění si, že tvar mnohoúhelníku zůstane zachován nehledě na velikost čtvercové sítě

ÚLOHA Č. 15

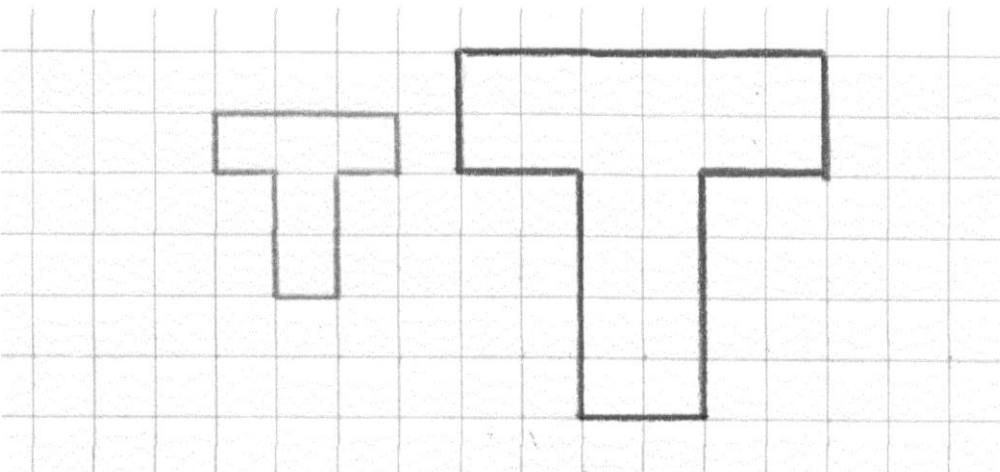
Zadání:

15) Zvětši daný mnohoúhelník dvakrát. (obr. 29)



Obr. 29

Řešení: (obr. 30)



Obr. 30

Charakteristika úlohy:

Tato úloha pracuje s pojmem zvětšení velikosti mnohoúhelníku. Lehce navazuje na předchozí úlohu, která se zvětšování také týkala, využívala k tomu ale jiných prostředků. Aby tato úloha byla správně vyřešena, je třeba zvětšit všechny strany mnohoúhelníku ve stejném poměru. Žák by si měl tedy nejdříve zjistit délky jednotlivých stran a poté je vynásobit dvěma, aby dospěl ke správnému řešení. Tato úloha je složitější, myslím si, že může činit obtíže zvětšit všechny strany ve stejném poměru.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

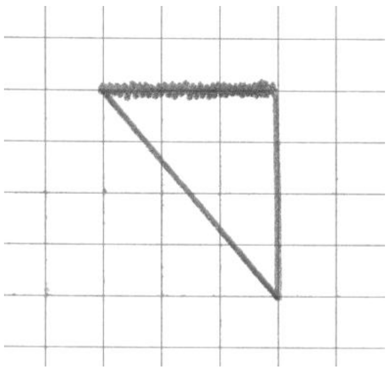
- zachování poměrů stran vzorového mnohoúhelníku s nově vytvořeným mnohoúhelníkem
- početní operace násobení
- kontrola porovnáním tvarů mnohoúhelníků

ÚLOHA Č. 16

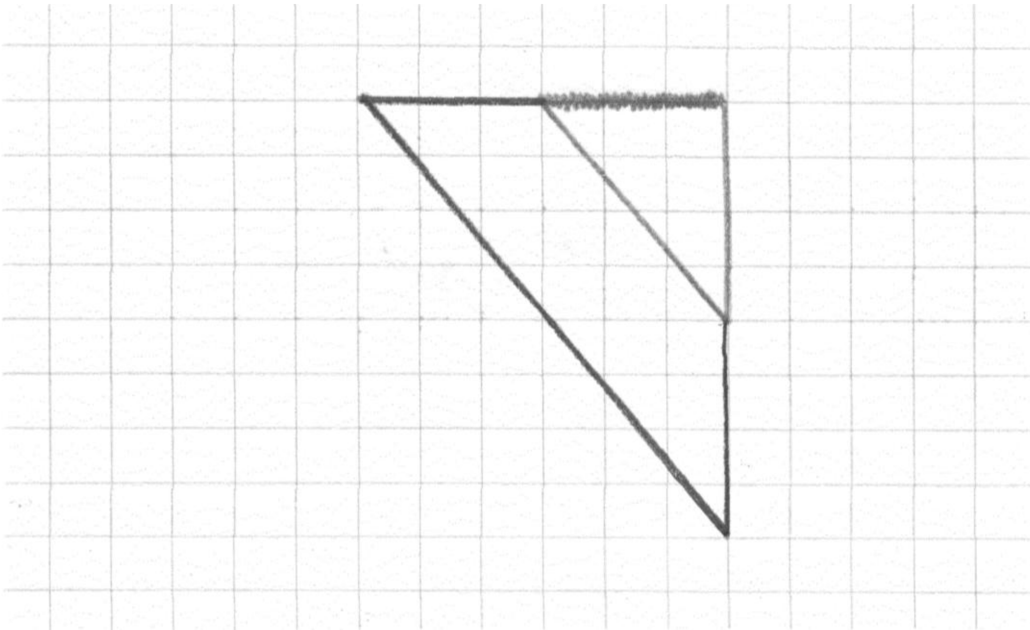
Zadání:

16) Zvětši daný trojúhelník (obr. 31) tak, aby zvýrazněná strana byla 2x delší. Tvar trojúhelníku zůstane zachován. (Trojúhelníky si budou podobné, budou mít pouze jinou velikost.)

Obr. 31



Řešení: (obr. 32)



Obr. 32

Charakteristika úlohy:

I tato úloha se zabývá pojmem zvětšení velikosti mnohoúhelníku. Ze všech tří úloh, které se dotýkají tohoto pojmu, je nejobtížnější. Žák opět využívá operace násobení ke změně délky strany, je však nutné, aby si také uvědomil, že je potřeba zvětšit ve stejném poměru všechny délky stran. Jen tak zůstane zachován tvar trojúhelníku. Předpokládám, že většině žáků se podaří dvakrát zvětšit zvýrazněnou stranu, problém však bude se zachováním tvaru trojúhelníku.

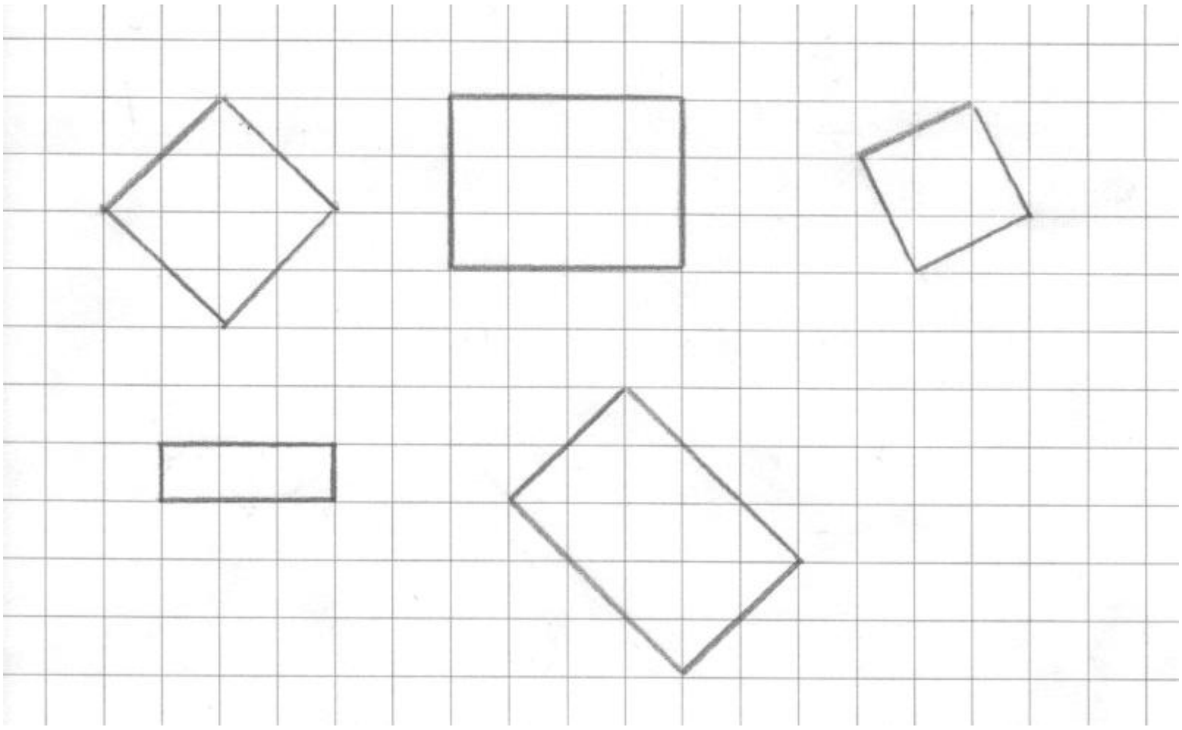
Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- zachování poměrů velikostí stran u vzorového trojúhelníku a nově vytvořeného trojúhelníku (také úloha 15)
- početní operace násobení (také úloha 15)
- kontrola porovnáním tvarů trojúhelníků (také úloha 15)

ÚLOHA Č. 17

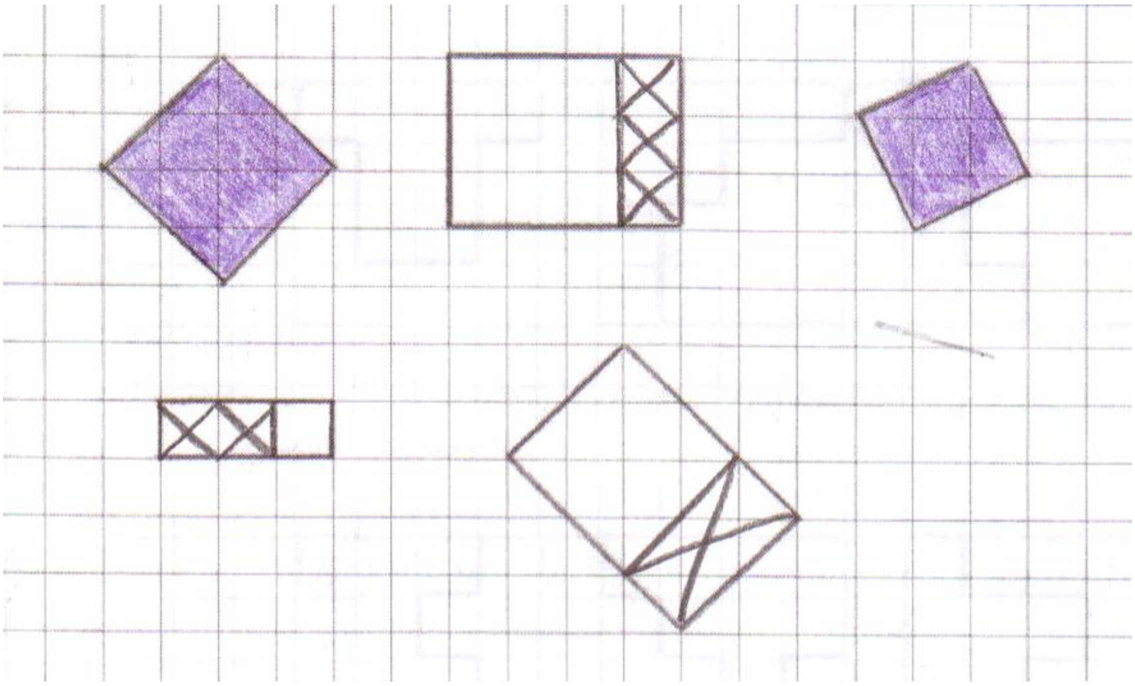
Zadání:

17) Vybarvi všechny čtverce. U ostatních mnohoúhelníků přeškrtej přebytečnou plochu tak, aby výslednými mnohoúhelníky byly také čtverce (co největší). (obr. 33)



Obr. 33

Možné řešení: (obr. 34)



Obr. 34

Charakteristika úlohy:

V této úloze nejdříve žáci provádí výběr mezi mnohoúhelníky. Určující vlastností, která mnohoúhelníky dělí, je jejich tvar. Rozpoznat mnohoúhelníky, jejichž strany kopírují linky sítě, je jednodušší, žák si může přesně spočítat, jak dlouhé jsou jednotlivé strany a následně je porovnat. Žák mnohoúhelníky roztřídí, poté označí čtverce, u ostatních mnohoúhelníků provádí korekci. Musí se držet dvou podmínek. Výslednými mnohoúhelníky musí být čtverce a zároveň jejich velikost je co největší. Nejobtížnější je korekce mnohoúhelníku v pravém dolním rohu, nová strana čtverce musí být vedena mimo linky sítě, pro žáka může být těžké odhadnout, kudy strana povede.

Úloha má více řešení. Velikosti čtverců jsou dané, žák si však může vybrat jejich polohu v rovině.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

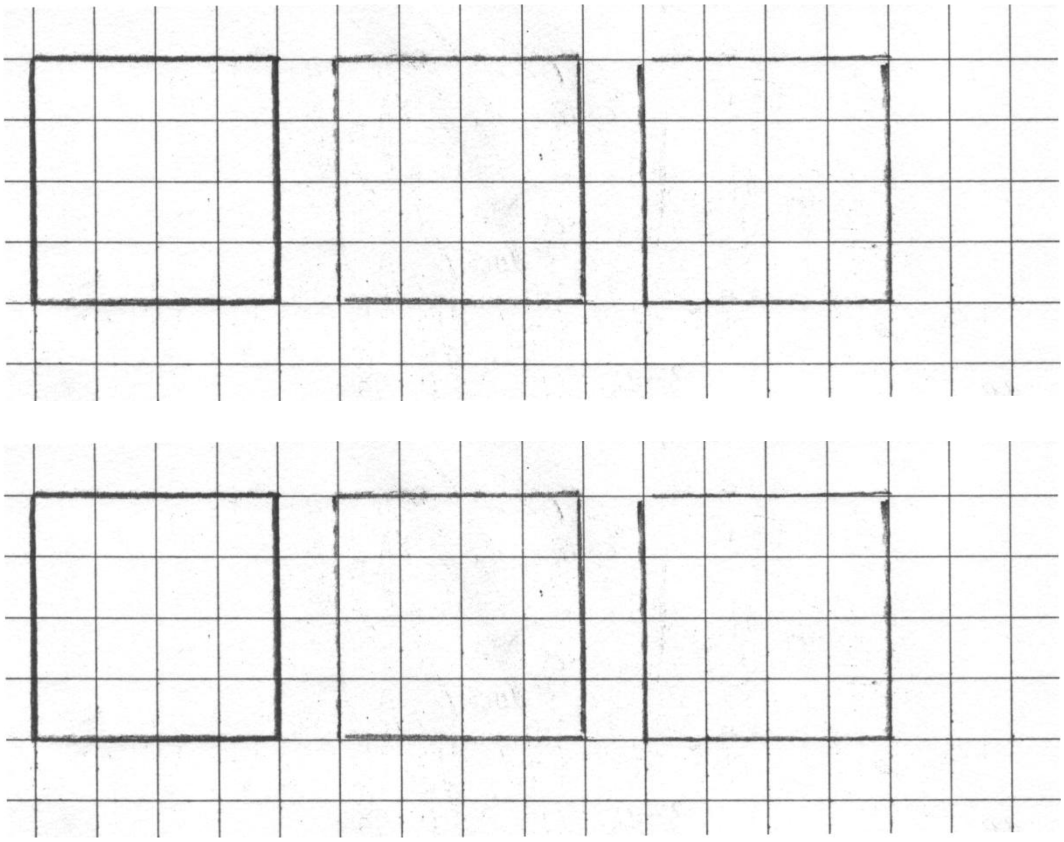
- schopnost identifikace tvaru (nezávisle na velikosti a poloze v rovině)
- komunikace prostřednictvím barev
- schopnost porozumění textu (kvantifikátory)
- třídění typu je/není
  - → výběr
  - → vyloučení

- dělení celku na části s respektováním dvou podmínek (ubrat čtverečky, zachovat co největší velikost výsledného čtverce)

ÚLOHA Č. 18

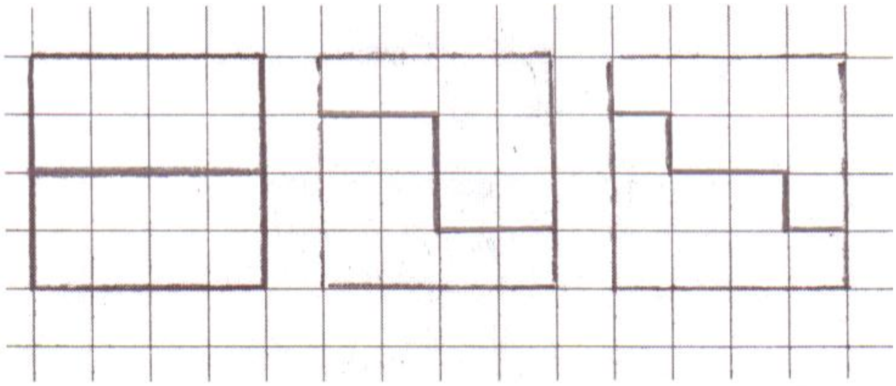
Zadání:

18) Rozděl čtverec na **2 stejné části**. Zkus nalézt co nejvíce různých řešení. Veď čáru po linkách sítě. (obr. 35)

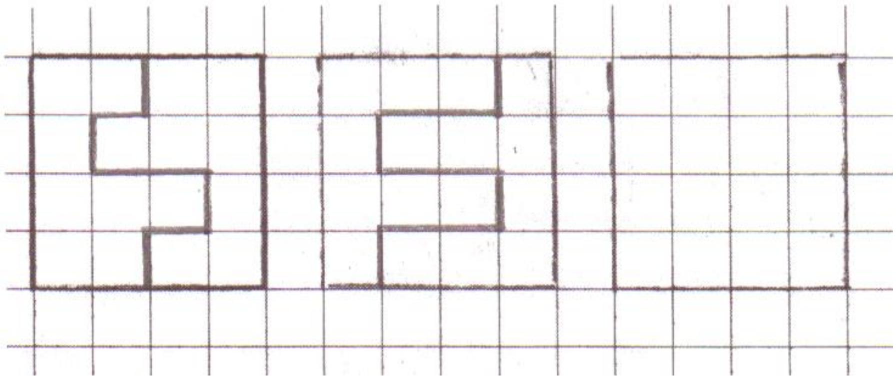


Obr. 35

Možné řešení: (obr. 36)



Obr. 36



Charakteristika úlohy:

V této úloze provádí žáci dekompozici mnohoúhelníku, musí se držet dvou podmínek. Výsledné dvě části budou mít stejný tvar, navíc musí dělicí čára vést po linkách sítě. Je otázkou, jak posuzovat některá řešení. Pokud dva čtverce rozdělím tak, že výsledné útvary mají stejný tvar, pouze jsou jinak orientovány v rovině, jsou to dvě různá řešení? Já sama je považuji za stejná.

Tato úloha také rozvíjí práci se středovou souměrností. Pomyslným středem souměrnosti je průsečík úhlopříček čtverce. Tímto bodem musí procházet dělicí čára, aby výsledné útvary měly stejný tvar.

Úloha je obtížná díky nutnosti zvýšené trpělivosti při hledání dalších řešení, zároveň je potřeba kontrolovat, zda se řešení neopakují.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

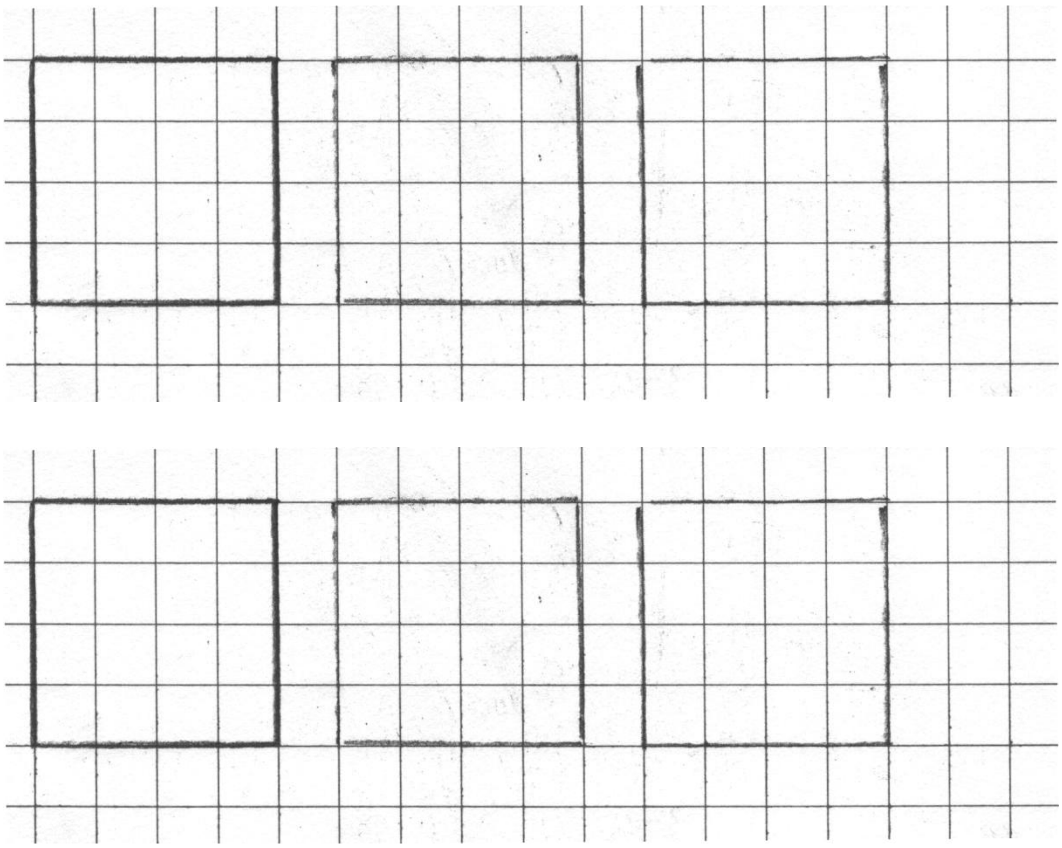
- dělení celku na stejné části
- rozpoznání shodnosti výsledných mnohoúhelníků
- schopnost experimentovat (také úloha 1), poté provádět možnou korekci

- zvýšená trpělivost (hledání dalších řešení)

ÚLOHA Č. 19

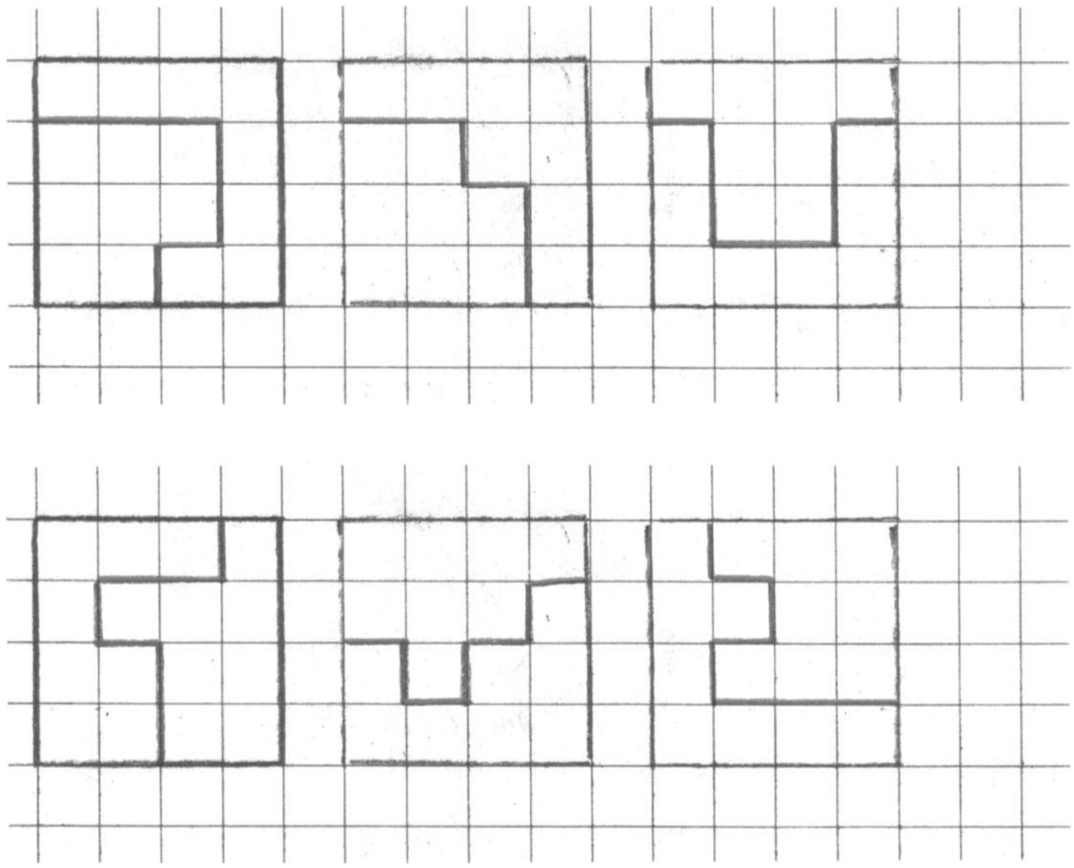
Zadání:

19) Rozděl čtverec lomenou čarou na **2 nestejné útvary**, které přitom mají stejný obsah. Čáru veď po linkách sítě. Zkus najít co nejvíce různých řešení. (obr. 37)



Obr. 37

Možné řešení: (obr. 38)



Obr. 38

Charakteristika úlohy:

Tato úloha volně navazuje na úlohu č. 18, žák provádí dekompozici celku na části. Úloha je však ještě obtížnější. Aby bylo řešení správné, je třeba dodržet tři podmínky. Výsledné útvary mají mít jiný tvar, přitom však stejný obsah, dělicí čára je vedena po linkách sítě.

Opět se nabízí otázka, která řešení jsou stejná, stejně jako u úlohy č. 18.

Tak jako předcházející úloha, i tato získává na obtížnosti potřebou zvýšené trpělivosti při hledání dalších řešení a nutností kontroly, zda se řešení neopakují.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- dělení celku na části s respektováním tří podmínek (stejný obsah, nestejný tvar, dělicí čára vedena po linkách sítě)
- schopnost experimentovat (také úlohy 1, 18), poté provádět možnou korekci

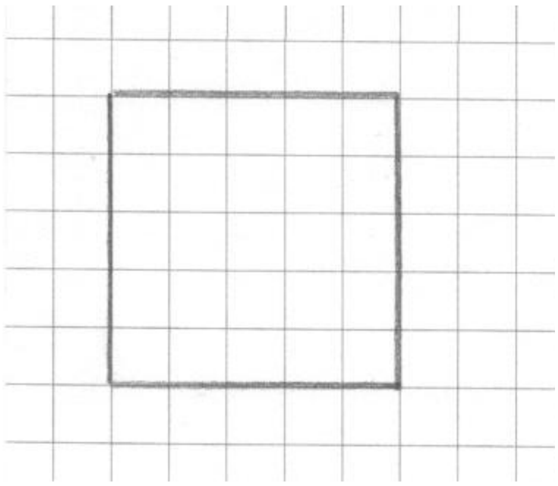
- zvýšená trpělivost (hledání dalších řešení) (také úloha 18)

ÚLOHA Č. 20

Zadání:

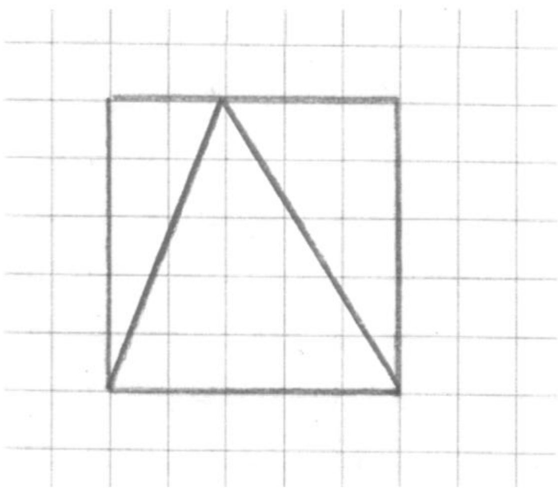
20) Rozděl čtverec na 3 nestejné trojúhelníky, které dohromady pokryjí celý čtverec. (obr. 39)

Obr. 39



Možné řešení: (obr. 40)

Obr. 40



Charakteristika úlohy:

Poslední úloha ze souboru vybízí k dekompozici celku na menší části. Je zde několik podmínek, které je nutno dodržet. Výslednými útvary jsou trojúhelníky, jsou právě 3, ani jeden z nich nemá stejný tvar.

Myslím si, že tato úloha může žáky vést k nedodržení stanoveného pravidla práce ve čtvercové síti – vrcholy mnohoúhelníku leží v mřížových bodech. Žák se může snažit splnit podmínky zadání úlohy a na toto předem dané pravidlo pod tíhou ostatních podmínek zapomene.

Schopnosti potřebné k řešení úlohy

- dělení celku na nestejné části
- schopnost experimentovat, poté provádět možnou korekci (také úlohy 1,18,19)
- zvýšená trpělivost (také úlohy 18, 19)
- kontrola porovnáváním tvarů trojúhelníků

3.3 Realizace experimentu

V prosinci 2009 jsem provedla testování scénáře experimentu. Zjistila jsem, že scénář je třeba ještě upravit, jeho konečná verze je zmíněna v metodologické části, samotný experiment je popisován v kapitole 3.3.1.

3.3.1 Experimentální skupina ZŠ Janského – 5. A

Po zkušenosti z testování scénáře experimentu jsem upravila některé jeho podmínky. Změnila jsem časové rozvržení jednotlivých částí. Při testování byli žáci s úlohami seznámeni najednou během dvou vyučovacích hodin, o 4 dny později jsme realizovali samotný projekt. Nyní jsem se rozhodla žákům úlohy předkládat postupně. Úlohy jsem rozdělila na tři části, žáci je vypracovávali po jedné vyučovací hodině. První část dostali ve středu, následující v pátek a poslední v pondělí. Vycházela jsem z faktu, že *zapomínání se považuje za důsledek stírání paměťových stop, když nejsou používány. Na tom je postavena zásada, že opakováním předcházíme zapomínání* (Trpišovská, Vacínová, 2001, s. 72). Tato skupina žáků se setkávala se čtvercovou sítí méně intenzivně, zato však častěji, měli tak vhodnější podmínky přijmout toto prostředí. Projekt byl realizován o 2 dny později (během testování scénáře byl mezi jednotlivými setkáními odstup 4 dny). Vycházela jsem z křivky zapomínání (Kern, 1999), podle které s přibývajícím časem rapidně klesá množství zapamatovaného. V pilotní verzi scénáře jsem nebyla spokojena s organizací práce během samotné tvorby znaku, proto jsem tuto část projektu poupravila. Kromě těchto úprav zůstal scénář experimentu nastaven stejně.

Jako experimentální skupinu jsem si zvolila 5. třídu ze ZŠ Janského, Janského 2189, Praha 5. Ve třídě je zapsáno 21 žáků, z toho 3 dívky. Žáci se vzdělávají podle programu Základní škola, který v některých ročnících na škole dobíhá. Na 1. stupni se zároveň využívá prvků z programu Začít spolu. Podle učebních osnov mají žáci 5 hodin matematiky týdně. Od 3. ročníku se vzdělávají podle řady učebnic nakladatelství Alter[1]. V těchto učebnicích se za 3 roky setkají pouze s 42 úlohami vloženými do prostředí čtvercové sítě. Největší pozornost je věnována zakreslování geometrických útvarů, častěji je také zastoupena osová souměrnost. Ve 14 úlohách pracují žáci se soustavou souřadnic. Počítání obsahů útvarů můžeme nalézt ve 4 úlohách. Úloha týkající se zvětšování se za celé 3 roky vyskytla jen jednou.

Od 4. ročníku se žáci účastní soutěže Matematický klokan, v 5. ročníku navíc i Matematické olympiády.

3.3.1.1 Práce s úlohami

Se třídou jsem se poprvé setkala na začátku února 2010. Žákům jsem se představila jako studentka vysoké školy a poprosila jsem je o pomoc při tvorbě mé závěrečné práce. Prozradila jsem jim, že spolu budeme mít dohromady 4 setkání, během nichž budou žáci vypracovávat nějaké úlohy z matematiky, a naposledy spolu strávíme celé dopoledne. Neřekla jsem jim ale, co je čeká.

[1]BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 3. ročník základních škol. Díl 1 – 3.*
BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol. Díl 1 – 3.*
JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol. Díl 1 – 3.*

Ještě než jsem rozdala samotné úlohy, bylo potřeba si ujasnit některé pojmy a zadat pokyny pro práci s úlohami. Žákům byla položena otázka: „Co je to mnohoúhelník?“ Třída zbystřila a začaly se objevovat různé odpovědi. „To je třeba obdélník nebo čtverec.“ „Taky je to pětiúhelník, šestiúhelník…“ Na trojúhelník si zatím nikdo nevzpomněl, proto jsem se žáků zeptala, zda tam patří i tento geometrický útvar. Žáci mi otázku odsouhlasili a hned poté se ozvalo: „To jsou všechny, co mají víc jak 1 úhel.“ Společně jsme pak pojem vymezili jako útvar, který má 3 až nekonečně mnoho úhlů.

Pojem lomená čára pro ně nebyl problém. „To je taková ta čára, která má na sobě zuby.“ A hned ji šel žák na tabuli načrtnout.

Dalším pojmem byla osa souměrnosti. „To je na jedné straně obrázek, pak je čára a na druhé straně je ten samý obrázek, ale obrácený.“ Chlapec šel osově souměrný obrázek s osou souměrnosti načrtnout na tabuli. Když jsem zmínila pojem osově souměrný obrázek, všichni měli jasno, co to znamená.

Poté jsem na tabuli načrtla čtvercovou síť a položila otázku: „Co všechno můžu ve čtvercové síti najít?“ „No, je celá ze čtverečků.“ „Můžu do ní nakreslit obdélník nebo trojúhelník.“ „Jednotlivé přímky v síti mají od sebe stejnou vzdálenost a svislé přímky jsou na ty vodorovné kolmé.“ Ukázala jsem prstem na mřížový bod: „A co je tohle?“ „To je bod.“ „To je průsečík přímek.“ Pak jsem pro bod zavedla společný název: „Tento bod pro nás bude ještě důležitý, proto je potřeba, abychom si ho nazvali. Aby pak každý věděl, o čem je řeč. Nazveme ho mřížový bod. Je ještě někde jinde ve čtvercové síti?“ Žáci pak přicházeli k tabuli a ukazovali další mřížové body.

Na závěr jsem před žáky předložila pravidla, kterými by se měli řídit při práci ve čtvercové síti - mnohoúhelníky mají vrcholy v mřížových bodech, lomená čára se láme pouze v mřížových bodech. Žáci pak chodili k tabuli a načrtávali správně mnohoúhelníky a lomené čáry do čtvercové sítě.

Poté jsem každému rozdala úlohy č. 1 – 8. Žáci se na mě občas obraceli s různými dotazy, jeden z nich se opakoval velmi často, proto jsem ho ujasnila před celou třídou. Dotaz se týkal úlohy číslo 5, konkrétně toho, jakým způsobem se počítá obsah mnohoúhelníku. Byly to dotazy typu: „Mám počítat celé čtverečky a ty půlky vynechat?“ „Nebo mám brát ty kousky jako taky celé?“ „Můžu ty kousky posouvat a pak mi z toho vzniknou celé čtverečky?“ Společně jsme si na tabuli vysvětlili, jak zjistit obsah mnohoúhelníku. Tento dotaz mě docela překvapil. Když jsem úlohy testovala na vzorku žáků, problém s touto úlohou neměl ani jeden. Pravda ovšem je, že v učebnicích, se kterými žáci pracují, není ani jedna úloha týkající se obsahu mnohoúhelníku, jehož strany by neležely na linkách sítě. Pak už žáci bez větších potíží úlohy vyřešili. Většina měla práci hotovou dřív než za jednu vyučovací hodinu.

Další část úloh jsem žákům zadala o dva dny později. Jednalo se o úlohy č. 9 – 14. Poslední část úloh, úlohy č. 15 – 20, dostali žáci o další dva dny později. Ještě předtím, než jsem se s třídou rozloučila, zadala jsem jim námět k přemýšlení do příštího setkání: „Zamyslete se nad tím, jaká je vaše třída jako skupina žáků, jak byste ji charakterizovali.“

3.3.1.2 Rozbor řešení úloh

Úlohy řešilo 19 žáků, z nichž všichni odevzdali soubor úloh jako dokončený. Poté, co jsem provedla rozbor výsledků, vzniklo mi několik skupin úloh rozdělených podle míry úspěšnosti zvládnutí.

Rozbor výsledků jsem provedla ze dvou důvodů.

- Chtěla jsem zjistit, v jaké míře zvládají žáci řešit úlohy zasazené do prostředí čtvercové sítě.
- Pokud bude soubor úloh využit i později, mohou mu předcházet jiné úlohy, které by žáky připravily na ty zvláště obtížné.

Mezi **úlohy**, které žákům **nečinily potíže**, se dají zařadit úlohy č. 1, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13 a 14. V některých z těchto úloh žák načrtává geometrický útvar podle jedné zadané podmínky, jinde přesně překresluje mnohoúhelník, pak jsou to úlohy zabývající se osovou souměrností, v dalších úlohách žák upravuje mnohoúhelník podle zadaných podmínek. Překvapilo mě, že nejvíce správných řešení bylo v úlohách týkajících se osové souměrnosti. Vysvětluji si to tak, že s podobnými úlohami se žáci několikrát setkali i ve svých učebnicích. Osová souměrnost je v učebnicích zasazována převážně do prostředí čtvercové sítě.

Mezi **obtížnější úlohy** jsem zahrnula úlohy č. 2, 10, 17 a 20.

U úlohy č. 2 byl pro žáky obtížný první krok. Většina nechápala nově zavedenou jednotku *1s.* Několikrát se mě na ni ptali, proto jsme si pojem společně vysvětlili. Pak už bylo řešení jednoduché. V této úloze nakonec uspělo 15 žáků.

Úlohu č. 10 správně vyřešilo pouze 6 žáků. Mnozí se o vyřešení ani nepokusili, zbytek neúspěšných měl největší problémy se čtvercem, jehož strany neleží na linkách sítě.

U úlohy č. 17 bylo obtížné rozpoznat čtverec, jehož strany neležely na linkách sítě.

Úlohu č. 20 vyřešilo správně 6 žáků. Nejčastější chybou bylo, že vrcholy nově vzniklých trojúhelníků neležely v mřížových bodech. Další chybou bylo, že nově vzniklé mnohoúhelníky nebyly trojúhelníky.

K **nejobtížnějším úlohám** patřily úlohy č. 3, 5, 15, 16, 18 a 19.

U úlohy č. 3 se ani jednomu žákovi nepodařilo nalézt správné řešení. Největší problém bylo nalézt čtverec, jehož strany ležely mimo linku sítě. 2 žáci na tuto polohu čtverce přišli, načrtli však nesprávnou velikost.

Úloha č. 5 byla komplikovaná množstvím podmínek, podle kterých měli žáci dělit mnohoúhelníky na několik skupin. Tuto úlohu se nepodařilo vyřešit nikomu. Žákům činilo potíže spočítat obsah mnohoúhelníku, který museli skládat z částí čtverečků. Dále to bylo nepochopení pojmů *právě* a *více než* a pak také rozdělení mnohoúhelníků do výsledných skupin.

Úlohu č. 15 vyřešilo správně 5 žáků, ostatní chybovali v zachování poměrů velikostí jednotlivých stran mnohoúhelníku. (Tento mnohoúhelník připomíná svým tvarem písmeno T, žáci správně zvětšovali většinou pouze „nohu“ či „tělo“, velikost druhé části mnohoúhelníku zachovali nebo ji zvětšili v jiném poměru.)

Úloha č. 16 byla správně vyřešena pouze dvakrát, nejčastější chybou bylo ponechání nezvýrazněných stran v jejich původní velikosti.

U úloh č. 18 a 19 bylo problémem ignorování zadání, žáci vedli dělicí čáru mimo linky sítě. Obtížné pro ně bylo také nacházení dalších řešení, většinou uvedli jedno až dvě.

Shrnu-li úkoly, které činily žákům obtíže, pak to bylo:

- počítání obsahů útvarů, které je třeba složit z neúplných čtverečků
- rozpoznání čtverců, jejichž strany neleží na linkách sítě

- zvětšování útvarů
- hledání dalších řešení

Myslím si, že důvodem obtíží mohlo být:

- první setkání se s podobným úkolem (obsah útvaru, zvětšování)
- utkvělá představa čtverce, „který stojí na straně a neopírá se o vrchol“ (jak polohu čtverce nazvala během praxí jedna žačka 4. ročníku); navíc v prostředí čtvercové sítě si můžeme snadněji zkontrolovat délky jednotlivých stran, leží-li na linkách sítě
- potřeba zvýšené trpělivosti při hledání dalších řešení a nejistota plynoucí z toho, že nevím, „jestli už jsem náhodou nenašel všechna řešení“ (slova chlapce 5. ročníku, který mi zdůvodňoval, proč už nechce pracovat dál)

Označím-li jako 100% správné vyřešení všech úloh všemi žáky, pak tato třída dosáhla 48% úspěšnosti v řešení úloh. Žádná úloha se nepodařila vyřešit všem žákům, naopak 2 úlohy nevyřešil nikdo.

3.3.1.3 Projektový den

Po dvou dnech jsem třídu navštívila znovu, tentokrát jsem s nimi strávila celé dopolední vyučování. Ve třídě bylo přítomno všech 19 žáků, kteří řešili úlohy. Žáci nevěděli, co je čeká, nechala jsem je proto hádat. Jako indicie jim sloužilo řešení úloh a zamyšlení se nad charakteristikou třídy. Mezi nápady nejčastěji zaznívalo – něco s geometrií, sloh o třídě, něco s výtvarnou výchovou, skupinová práce. Potvrdila jsem jim, že se dnes každého trošku dotkneme. Poté už následovaly jednotlivé činnosti, které popíšu spíše v bodech.

Jaká je vaše třída?

Cíl: Žák v bodech či souvislým textem charakterizuje třídu jako skupinu žáků.

Úkoly a činnosti: Každý sám napíše charakteristiku třídy.

Pomůcky: Papír a psací potřeby.

Realizace a zhodnocení: Žáci tento úkol zvládli s přehledem. Jak jsem později zjistila, hodně žáků se na charakteristice třídy shodlo. Všichni psali v celých větách. Někteří k charakteristice třídy přidali i osobní vlastnosti.

Ukázky známých znaků[1] a log[2]

Cíl: Žák použije pojem znak v souvislostech; vymýšlí, jaký význam mají předkládané znaky; popíše, jaké prostředky je možno použít k vyjádření významu.

Úkoly a činnosti:

- žákům jsou předloženy tři obrázky (viz. příloha č. 2) – „Co mají tyhle obrázky společného?“ (metoda brainstormingu, všichni společně, ústně)
- rozbor jednotlivých log a znaku (kvůli zjednodušení pojmů jsem pro žáky zvolila jednotné označení znak)
    - Co mají znaky vyjadřovat? Co z nich můžeme vyčíst?
    - Co nás navádí k tomu, že znaku přiřadíme daný význam?
    - Jaké vlastnosti má znak?

    (společně ústně, prostředky vyjádření významu zapsat na tabuli)

Pomůcky: Obrázky znaků a log.

Realizace a zhodnocení: Když jsem se žáků zeptala, co mají předkládané znaky společného, jeden chlapec ihned zareagoval: „Na České televizi dávají záznam z olympiády a vysílání sponzoruje Škoda.“ Další nápad byl, že jsou to všechno značky. Chtěla jsem po nich, aby to zkusili nazvat ještě nějak jinak, nakonec přišli na tato slova: symbol, logo, znak, erb. Společně jsme si řekli, co si představujeme pod slovem znak, a pustili jsme se do možného výkladu jednotlivých znaků. Jako výrazové prostředky

---

[1] heslo z Encyklopedie estetiky:
ZNAK (v obecném významu) - znak bývá obvykle definován jako smyslově vnímatelný předmět nebo jev, který zastupuje, reprezentuje či značí jiné předměty či jevy, popř. jejich soubory nebo třídy. V estetice se výrazně prosadilo především Peirceovo dělení znaků na ikonické (souvislost mezi znakem a označovaným je dána jeho podobností), indexové (jde o vztah příčiny a následku nebo části a celku) a symbolů, kde je vztah mezi znakem a označovaným nejsložitější. Může být zakotven v kulturní tradici, kolektivní paměti atd., ale je výtvarně subjektivní. (Souriau, 1994, s. 925)

[2] Logo (z řeckého *logos* = slovo, řeč, zákon, pojem…) je označení organizace, společnosti, firmy nebo instituce ve speciálním grafickém provedení.
(Dostupné z: < http://cs.wikipedia.org/wiki/Logo>)

znaku zvolili žáci tvar, barvu, počet, význam a jednoduchost. Tato slova jsme zapsali na tabuli.

Návrhy znaku třídy

Cíl: Žák navrhne znak třídy; ve skupině představí strategii zvětšování znaku.

Úkoly a činnosti:

- seznámení žáků s cílem projektu (vytvoření třídního znaku), zadáním a podmínkami práce (každý žák navrhne na papír formátu A5 znak třídy, hlasováním se vybere vítězný znak, ten je potřeba zvětšit na balicí papír velikosti 1x1m co nejpřesněji; žáci budou rozděleni do 4 skupin, každá dostane ¼ navrženého znaku, kterou zvětší na přidělenou část balicího papíru, na konci práce se části balicího papíru spojí dohromady; znak bude vytvářen z barevných papírů)
- rozdělení žáků do skupin, přesun lavic
- žáci ve skupině vymýšlí strategii zvětšení znaku na balicí papír
- žák si vybere z nabízených papírů jeden, na který navrhne znak třídy (při tvorbě znaku by měl brát v úvahu vlastní charakteristiku třídy)

Pomůcky: Tužky a pastelky, papíry formátu A5 (bílý papír; čtverečkovaný papír - velikost čtverečku 0,5 x 0,5cm; čtverečkovaný papír - velikost čtverečku 1 x 1cm).

Realizace a zhodnocení: Žáci byli rozdělení do svých stálých skupin, vznikly tak 4 vyrovnané skupiny. Jak jsem se později od žáků dozvěděla, mají sice zavedeny stálé skupiny, moc v nich ale nepracují, s prací ve skupinách se celkově setkávají velmi málo. Když se však radili o další strategii práce, dařilo se jim se navzájem poslouchat a respektovat. Poté si každý žák vybral jeden z připravených papírů, na který navrhl svůj znak třídy. 14 žáků si vybralo bílý čistý papír, 4 zvolili papír s malými čtverečky a 1 chlapec si vzal papír s velkými čtverečky. 3 žáci z 5 využili při tvorbě znaku vlastností čtvercové sítě (usnadněná tvorba osově souměrného obrázku, vedení čar po linkách sítě).

Výběr znaku a volba další strategie práce

Cíl: Žáci vyberou jeden znak, který bude zastupovat celou třídu; zvolí si další strategii práce.

Úkoly a činnosti:

- žáci ve skupinách vyberou vždy jeden znak, který postoupí do dalšího kola hlasování
- výběr nejlepšího znaku (v rámci celé třídy)
- prezentace strategií další práce (vždy jeden mluvčí za skupinu)

Realizace a zhodnocení: Každá skupina měla ze svého středu vybrat jeden znak, který by postoupil dále. Některé skupiny se dohodly okamžitě, jiné se rozhodly pro nejlepší znak hlasovat. Jedna skupina se nemohla stále rozhodnout, dva návrhy měly stejný počet hlasů, žáci proto požádali vedlejší skupinu, aby jim pomohla s vybíráním. Poté jsme měli 4 kandidáty do dalšího kola hlasování. Autoři návrhů své znaky představili a následovalo celotřídní hlasování. Vybrali jsme vítězný znak, se kterým nakonec všichni souhlasili.

Následovala prezentace strategií pro další postup práce. Jedna skupina navrhovala položit zpočátku všechny čtvrtiny balicího papíru vedle sebe (tak, jak bude na konci práce papír slepen), dohodnout se na velikosti výsledného znaku. Jeho obrysy načrtnout tak nějak od oka na všechny části balicího papíru a pak už pracovat každá skupina zvlášť. Občas kontrolovat, jestli je velikost u všech skupin stejná.

Další skupinu napadlo vyznačit si na návrhu znaku nějaké záchytné body a odměřit si jejich vzdálenost. Tyto vzdálenosti vždy ve stejném poměru zvětšit a zaznačit nové záchytné body na jednotlivé části balicího papíru. Tak by bylo zaručeno, že velikost všech částí zvětšeného znaku bude stejná. S tímto nápadem byli i ostatní spokojeni, prezentující skupina popsala, která místa na návrhu by mohla být záchytnými body. Vycházeli ze středu znaku, odtud měřili vzdálenosti okrajů a dalších důležitých míst na znaku. Třída odsouhlasila, že zvolí tuto strategii práce. Využití čtvercové sítě nebylo zmíněno.

Tvorba znaku z barevných papírů

Cíl: Žáci společnými silami vytvoří z barevných papírů znak třídy, který je zvětšeninou dříve navrženého znaku.

Úkoly a činnosti:

- každá skupina dostane čtvrtinu okopírovaného znaku
- skupiny zvětšují svoji část znaku na balicí papír
- společné spojení jednotlivých částí znaku

Pomůcky: Balicí papír velikosti 1x1m, barevné papíry, průsvitné papíry, nůžky, lepidla, tužky, fix, pravítka, kružítka, nakopírované návrhy vítězného znaku.

Realizace a zhodnocení: Pro žáky byl zadaný úkol výzvou, do které se pustili s chutí. Každá skupina si ve třídě našla své místo, aby se navzájem nerušily. Bylo zajímavé pozorovat, jak si jednotlivé skupiny práci zorganizují. První krok – vyměřit jednotlivé vzdálenosti a přenést je ve správném poměru na balicí papír – byl nejobtížnější. Ukázalo se, že pouze 2 skupiny vědí, jak do toho, zbylé 2 skupiny se šly poradit k ostatním. Ve chvíli, kdy žáci pochopili, jak problém uchopit, s nadšením se pustili do měření. U některých žáků byla vidět zručnost při používání pomůcek, jiní se s vyměřováním dost potýkali. Tohoto úkolu se většinou chopil nejschopnější ze skupiny, na ostatní zbylo stříhání barevných papírů a jejich lepení. Jedna skupina měla s prací problém, a tak ztratila zájem. Snažila jsem se je proto slovně motivovat k dokončení práce, vybízela jsem je k poradě u vedlejší skupiny. Ostatní skupiny pracovaly soustředěně, někdy se však žáci mezi sebou nedokázali domluvit. Neshody vždy ale nějakým způsobem vyřešili. Skupiny si mezi sebou průběžně kontrolovaly, zda jednotlivé části znaku k sobě sedí, v závěru se však ukázalo, že kontrola nebyla důsledná a ve spojích jsou odchylky. Třídě se podařilo dobře si rozvrhnout čas na práci, dokončili ji chvíli před daným limitem. Ještě nám zbyla chvíle na vybrání místa pro vystavení znaku.

Prezentace práce a její zhodnocení

Cíl: Žáci představí svůj výtvor spolužákům z vedlejší třídy; zhodnotí svou práci na projektu.

Úkoly a činnosti:

- návštěva vedlejší třídy a představení dopolední práce
- tipování spolužáků, jaké významy znak nese
- porovnání tipů s vysvětlivkami, které předtím žáci vytvořili

- umístění znaku na vybrané místo
- zhodnocení práce
    - ve třídě je vytvořena pomyslná hodnotící škála (u dveří je nejkladnější ohodnocení, u oken nejzápornější); žáci postupně dostávají otázky, odpovídají na ně postavením se do určitého místa na škále
        - ✓ Jak se nám podařilo splnit cíl projektu?
        - ✓ Jak jsi spokojen se svou prací?
        - ✓ Jak se ti pracovalo ve skupině?
    - po každé otázce následuje doplňující otázka PROČ?, buď se ke slovu hlásí sami žáci, nebo jsou někteří dotázáni
    - každý žák dostane papír s instrukcemi, na které se snaží reagovat
        - ✓ Napiš, co ses během dnešního dopoledne naučil, nového dozvěděl.
        - ✓ Vyjádři se k dnešnímu dopoledni.

Pomůcky: Papír, psací potřeby.

Realizace a zhodnocení: Žáci byli poněkud nesví, předstoupit před vedlejší třídu se trošku styděli, jejich znak byl abstraktní, a tak si mysleli, že ho vedlejší třída nepochopí. Prezentovat se nikomu nechtělo, nakonec se toho dobrovolně ujal jeden z chlapců. Nejdříve spolužákům popsali, co dělali celé dopoledne, a potom jim ukázali hotový znak třídy. Nechali je hádat, co by mohl znak vyjadřovat, spolužáci se do některých významů trefili (správně odhadovali, že tvar kruhu má znak proto, že třída drží pohromadě), u jiných však hádali pravý opak (pavouky považovali za občasné problémy, které se ve třídě vyskytují; ti však měli vyjadřovat nebojácnost třídy). Náladu jim pozvedl spolužák, který prohlásil, že znak je takový tajemný, že nutí pozorovatele přemýšlet nad tím, co asi vyjadřuje. S vedlejší třídou se žáci rozloučili a pak jsme znak umístili na vybrané místo do třídy.

Následovalo shrnutí celého dopoledne, žáci byli seznámeni se způsobem odpovídání na položené otázky, s touto metodou se setkali poprvé, byla pro ně přitažlivá.

Na otázku Jak se nám podařilo splnit cíl projektu? odpověděli skoro všichni žáci *velmi dobře,* argumentovali vytvořeným znakem, který charakterizuje jejich třídu, stihli vše v časovém limitu.

Otázka Jak jsi spokojen se svou prací? rozprostřela žáky po celé hodnotící škále, více žáků stálo v kladné polovině. Když jsem se jich ptala, proč si stoupli do konkrétního místa, argumentovali: „Vymyslel jsem, jakým způsobem bychom mohli dál pracovat, ostatní mi postup odsouhlasili.“ „Radil jsem skupině, jakým způsobem odměřit vzdálenosti na znaku.“ „Nebyl jsem schopný se domluvit se zbytkem skupiny.“ „Navrhl jsem znak, který ostatní vybrali jako vítězný, moc mi pak ale nešlo vystřihování barevných papírů.“

Následovala otázka: Jak se ti pracovalo ve skupině? Žáci se postavili podobně jako u předchozí otázky. Odpovědi na otázku PROČ? byly například takovéto: „Ze začátku jsme nemohli vybrat nejlepší znak za skupinu, ale pak jsme to vyřešili tak, že jsme hlasovali.“ „Vadilo mi, že jsme ve skupině pracovali jenom já s Honzou, ostatní nic moc nedělali, i když jsme jim říkali, aby nám pomohli.“ „Dokázali jsme se domluvit, co kdo bude dělat, práci jsme tak stihli nejrychleji ze všech skupin.“

Poté se měl každý žák písemně vyjádřit k dalším dvěma bodům. Jako nový poznatek zmiňovali nové informace o představovaných znacích (význam znaku Škoda Auto, olympijské kruhy); že je těžké se ve skupině na něčem dohodnout; jak se dá zvětšit obrázek; či že jako třída dokážou táhnout za jeden provaz. Opakovala se také odpověď: „Nic nového jsem se nedozvěděl.“

U posledního bodu se nejčastěji vyskytovala odpověď: „Bavilo mě to.“ Mezi další odpovědi patřilo: „Mám pocit, že jsme si takhle připomenuli, že jsme třída jako celek.“ „Nemuseli jsme se učit.“ „Škoda, že jsme i dneska nedělali něco s těmi úlohami, to mě bavilo víc.“ Nakonec jsem se já vyjádřila k dopolední práci. Zhodnotila jsem výsledný výtvor, vyzdvihla jsem některé nápady, které během dopoledne zazněly, vyjádřila jsem se k práci skupin, také některých jednotlivců. Zmínila jsem způsob organizace práce, také práci s časem.

Společná práce nám zabrala 4 vyučovací hodiny. Pak už jsem žákům poděkovala za spolupráci a rozloučila se s nimi.

3.3.1.4 Zhodnocení projektu

Hlavní cíl projektu formulovaný z pohledu žáka byl splněn, dokládá to konkrétní výstup, znak třídy vyrobený z barevných papírů. I mně se podařilo zjistit, zda žáci v projektu využijí čtvercové sítě pro zvětšení znaku, proto byl splněn i hlavní cíl formulovaný z mého pohledu. Zjistila jsem, že využít čtvercovou síť sice nikoho nenapadlo, žáci ale nakonec zvolili strategii, která se v mnohém podobala tomu, jako kdyby ji využili. Svébytně vyjádřili podstatu čtvercové sítě. Tím, že si zvolili několik záchytných bodů, odměřovali jejich vzdálenosti a ty pak zvětšovali ve stejném poměru, aby je mohli zaznamenat na balicí papír, dospěli k docela přesnému zvětšení. Princip byl podobný, jako kdyby si označili body, které protínají linky čtvercové sítě a s těmi dále pracovali. Nemuseli by však odměřovat jejich vzdálenosti, jako vodítko by měli mřížové body a polohu jednotlivých čtverců v síti, jejichž součástí by označený bod byl.

Také dílčí cíle projektu byly ve větší či menší míře splněny. Rozvíjet komunikační dovednosti mezi žáky se podařilo díky tomu, že žáci pracovali ve skupině. Druhému dílčímu cíli - vytvořit si strategii organizace práce ve skupině – byly nastaveny podmínky, žáci byli nuceni se pokusit strategii vytvořit, ne u všech skupin se to však povedlo. Poslední dílčí cíl - upevnit si pocit sounáležitosti se zbytkem třídy – byl také splněn, potvrdily mi to reakce žáků při hodnocení projektu.

Žáci se projektu účastnili s chutí, skupiny se navzájem nerušily. Chvíle, kdy se spojily jednotlivé části balicího papíru, byla plná očekávání, zda se skupinám podařilo pracovat přesně.

3.3.2 Kontrolní skupina ZŠ Říčany - 5. A

Jako kontrolní skupinu, která absolvuje projektový den, ale nebude jí předložen soubor úloh k vypracování, jsem si zvolila 5. třídu ze ZŠ Říčany, Bezručova 94, okres Praha východ. Ve třídě je zapsáno 23 žáků, z toho 12 dívek. Žáci se vzdělávají podle programu Národní škola, který na škole v některých ročnících dobíhá. Podle učebních osnov mají žáci v 5. ročníku 4 hodiny matematiky týdně, navíc cvičení z matematiky jako povinně volitelný předmět s časovou dotací 1 hodina týdně.

Tato 5. třída pracuje od 3. ročníku s učebnicemi matematiky z nakladatelství Alter, na geometrii byly ve 4. a 5. ročníku pořízeny učebnice z nakladatelství Pansofia[1], ve

[1] BRZOBOHATÁ, J. *Geometrie pro 4. ročník*.
BRZOBOHATÁ, J. *Geometrie pro 5. ročník.*

kterých se setkáme s 25 úlohami zasazenými do prostředí čtvercové sítě. Úlohy se týkají osové souměrnosti, zakreslování útvarů do tohoto prostředí, obsahu mnohoúhelníků či soustavy souřadnic.

Třída byla také zapojována do matematických soutěží, jako je Matematický klokan nebo Matematická olympiáda.

Ve třídě jsem realizovala projekt, který byl nastaven stejně jako v ZŠ Janského, níže tedy budu popisovat pouze realizace a zhodnocení k jednotlivým činnostem.

3.3.2.1 Projektový den

S žáky jsem se poprvé setkala až v projektový den, na začátku února 2010. Od své paní učitelky věděli, že ten den přijde někdo nový, ten s nimi stráví dopoledne a má pro ně něco připraveno. Představila jsem se jako studentka vysoké školy a poprosila jsem je o pomoc při tvorbě mé závěrečné práce. Prozradila jsem jim, že spolu budeme celé dopoledne a že zkusíme něco vytvořit, že se výsledná práce bude týkat jejich třídy. Žáci byli pozorní a vypadali zvědavě, co je dál bude čekat. Projektu se zúčastnilo 21 žáků.

Jaká je vaše třída?

Realizace a zhodnocení: I když se žáci o tomto úkolu nedozvěděli dopředu, jak tomu bylo u předchozí skupiny, nečinil jim žádné obtíže. Charakteristiku psali většinou v celých větách, někteří do ní zahrnuli i vlastní pocity z pobývání ve třídě.

Ukázky známých znaků a log

Realizace a zhodnocení: Jakmile žáci jednotlivé obrázky uviděli, ihned je začali pojmenovávat. Zaznělo zde také, že jsou to všechno znaky něčeho. Jeden chlapec zmínil, že dřív měli rytíři na turnajích taky své znaky, podle kterých se poznalo, kdo je ukrytý v brnění, že se podle některých mohlo i poznat, jaké vlastnosti rytíř měl. Na to zareagoval další chlapec, že vlastně i vlajky jsou jakýmsi znakem státu, jsou pro ně typické, něco vyjadřují, žádné dvě vlajky nejsou stejné. Potom jsme si společně ujasnili pojem znak a rozebrali jsme významy znaků, které jsem jim na začátku ukázala. Jako výrazové prostředky znaku žáci zvolili tvar, barvu, polohu, počet a přidali k tomu, že znak má jednoduché ztvárnění. Tato slova byla napsána na tabuli.

Návrhy znaku třídy

Realizace a zhodnocení: Žáci vytvořili 4 skupiny, ve kterých běžně pracují. Ve chvíli, kdy se radili o další strategii práce, byl ve třídě pracovní šum. Poté si každý žák vybral jeden z připravených papírů, na který navrhl znak třídy. 19 žáků zvolilo bílý čistý papír, 2 si vybrali papír s malými čtverečky. Oba žáci využili při tvorbě znaku vlastností čtvercové sítě.

Výběr znaku a volba další strategie práce

Realizace a zhodnocení: Všechny skupiny zvolily pro výběr znaku hlasování. 3 skupiny s tím neměly problém, znak vybraly za chvilku, v poslední skupině byl však sudý počet žáků, a tak hlasování dopadlo nerozhodně. Chvíli si lámali hlavu nad tím, jak problém vyřešit, pak se k nim otočil žák z vedlejší skupiny a v rozhodování jim pomohl. Poté jsme přistoupili k představení 4 vybraných znaků. Sami autoři znaky a jejich ukryté významy popsali. Následovalo konečné hlasování. S vítězným znakem byla většina spokojena, nedošlo už k žádným úpravám.

Potom skupiny prezentovaly strategie pro další postup práce. Vznikl z toho jediný nápad, kterému ostatní přizvukovali, že to mysleli podobně. Za nejvhodnější považovali položit zpočátku všechny čtvrtiny balicího papíru vedle sebe, dohodnout se na velikosti výsledného znaku, jeho obrysy načrtnout tak nějak od oka na všechny části balicího papíru a pak už pracovat každá skupina zvlášť. Během práce by se kontrolovaly jednotlivé části znaku, poměřovaly by se, aby nedošlo k velkým odchylkám ve velikosti. Využít čtvercovou síť nikoho nenapadlo.

Tvorba znaku z barevných papírů

Realizace a zhodnocení: Žáci zvolili strategii, kterou předtím navrhovali. Všechny části balicího papíru dali vedle sebe a autor vítězného znaku na ně zjednodušeně načrtl základní rysy. Několik žáků kolem mu přitom radilo, jak to má udělat. Poté si jednotlivé skupiny rozebraly své části papíru a pustily se do vlastní práce. 2 skupiny pracovaly soustředěně, žáci si dokázali mezi sebou rozvrhnout role, nedocházelo ke zbytečným dohadům. Zbylé 2 skupiny měly s organizací potíže, v jedné z nich se jeden chlapec sám prohlásil za vedoucího skupiny, ostatním rozdal úkoly, ale nikdo s tím nesouhlasil. Chlapec se proto urazil a odmítl s nimi dál pracovat. Skupina pokračovala v práci dál bez něho, bez dalších obtíží, po chvíli k uraženému chlapci přišla dívka z jeho skupiny, ať jim jde s prací pomoci a ať už netrucuje. Chlapec se umoudřil a pustil se také do práce. V druhé skupině si nevěděli rady, jak vytvořit na barevném papíře správný tvar, který by se potom vystřihl. Požádali proto vedlejší skupinu, která jim svůj postup ukázala. Skupiny si mezi sebou občas zkontrolovaly, jestli k sobě jednotlivé části znaku sedí, ve výsledku však došlo k větším nesrovnalostem, jednotlivé části byly různě velké, popřípadě měly zdeformovaný tvar. Žáci si čas na práci dokázali vhodně rozvrhnout, dokončili úkol ve stanoveném limitu.

Prezentace práce a její zhodnocení

Realizace a zhodnocení: Nálada ve třídě byla různorodá, někteří se chtěli pochlubit spolužákům, co celé dopoledne dělali, jiní z toho moc dobrý pocit neměli, protože jim přišlo, že se jim práce nepovedla. Slova se ujala jedna z dívek, další zájemci nebyli. Spolužáci si nejdříve vyslechli, co všechno 5. A dopoledne dělala, prohlédli si hotový znak a dívka jim vysvětlila, jakým způsobem na znaku pracovali. Spolužáci tak pochopili, proč je místy nepřesný. Ještě než se jich dívka zeptala, jestli uhádnou, co má znak znamenat, jeden chlapec z vedlejší třídy začal s vysvětlováním významů sám od sebe. Strefil se do významu tvaru znaku (kruh jako symbol sounáležitosti se třídou, „držíme pospolu“), odhalil také, že chtěli vyjádřit přátelskost třídy. Ostatní se k tipům přidávali, většinu významů také uhádli. 5. A tím trošku pookřála, díky spolužákům si potvrdili, že se jim podařilo vyjádřit to, co chtěli. S vedlejší třídou jsme se rozloučili a šli jsme pověsit znak na vybrané místo.

Následovalo shrnutí celého dopoledne, žáci byli seznámeni se způsobem odpovídání na položené otázky, s touto metodou již měli zkušenosti z dřívější doby.

Na otázku Jak se nám podařilo splnit cíl projektu? se žáci rozestoupili po kladnější polovině hodnotící škály. Ti, kteří byli méně spokojení, argumentovali tím, že znak je kostrbatý. Ostatní odpovídali, že se jim podařilo vytvořit znak, který by je charakterizoval, navíc je to společná práce celé třídy.

Odpověď na otázku Jak jsi spokojen se svou prací? vypadala podobně, žáci zaplnili obdobná místa na škále jako u předešlé otázky. Svá rozhodnutí doplňovali takto: „Do práce jsem dal vše, co jsem mohl, navíc jsem se nehádal se skupinou.“ „Příště bych se mohl snažit víc, někdy jsem na ostatní jen koukal a nic nedělal.“ „Poradila jsem skupině, jak přenést požadované tvary na barevný papír.“

Následovala otázka: Jak se ti pracovalo ve skupině? U této otázky hodnotili žáci kritičtěji. No otázku PROČ? odpovídali: „Nesouhlasili jsme s tím, že Tonda bude kapitán, on se urazil a pak už s námi nechtěl pracovat.“ „Ve skupině jsme nebyli schopní domluvit se na tom, co kdo bude dělat.“ „Naše skupina pracovala celou dobu dobře, rozdělili jsme si práci a ani jsme se nehádali.“ „Vadilo mi, že nemám ve skupině kamaráda, tak se mi nechtělo moc pracovat a ostatním jsem to trošku kazil.“

Poté se měl každý žák písemně vyjádřit k dalším dvěma bodům. U prvního bodu, stejně jako u předchozí skupiny, kde projekt probíhal, se opakovala odpověď týkající se nových informací o představovaných znacích, pak žáci zmínili také to, že je ještě potřeba zapracovat na skupinové práci. Objevovala se i odpověď: „Nic nového jsem se nedozvěděl.“

K poslednímu bodu se vyjadřovali: „Bavilo mě to.“ „Někdy bych si chtěl něco takového ještě zopakovat.“ Zaujala mě odpověď: „Zajímalo by mě, jak to udělat, aby ten znak nebyl takový kostrbatý.“ Nakonec jsem se já vyjádřila k dopolední práci. Zhodnotila jsem výsledný výtvor, vyzdvihla jsem některé nápady, které během dopoledne zazněly, vyjádřila jsem se k práci skupin, také některých jednotlivců. Zmínila jsem způsob organizace práce, také práci s časem.

Společná práce nám zabrala 4 vyučovací hodiny. Pak už jsem žákům poděkovala za spolupráci a rozloučila se s nimi.

3.3.2.2 Zhodnocení projektu

Hlavní cíl projektu formulovaný z pohledu žáka byl splněn, dokládá to konkrétní výstup, znak třídy vyrobený z barevných papírů. I mně se podařilo zjistit, zda žáci v projektu využijí čtvercové sítě pro zvětšení znaku, proto byl splněn i hlavní cíl formulovaný z mého pohledu. Zjistila jsem, že využít čtvercovou síť nikoho nenapadlo.

Nikde jsem nezachytila ani sebemenší náznaky, byť díky rozdělení balicího papíru na čtvrtiny byly kladeny vyšší požadavky na přesnost práce.

Dílčí cíle byly splněny stejně tak jako u předchozí skupiny, nebudu je proto zde znovu vypisovat.

Většinu času byla ve třídě přátelská pracovní atmosféra, občas však docházelo k neshodám a v tu chvíli jsem sama v sobě řešila, zda do dění zasáhnout. Brzy však situaci vyřešili sami žáci. Ve chvíli, kdy jsme spojili jednotlivé části znaku, bylo pár jedinců z výsledku rozčarovaných. Náladu jim pak opět zvedli svým hodnocením spolužáci z vedlejší třídy.

3.4 Vyhodnocení experimentu

Experiment byl realizován v jedné experimentální a jedné kontrolní skupině. Podmínky experimentu byly nastaveny pro obě skupiny shodně, v experimentální skupině byl navíc proveden experimentální zásah. Ani v jedné skupině nedošlo v projektu k využití čtvercové sítě pro zvětšování znaku. V experimentální skupině žáci svébytně vyjádřili podstatu tohoto prostředí a pak postupovali podle strategie, která je obdobná zvětšování pomocí čtvercové sítě.

Výsledky experimentu tedy hypotézu vyvrátily.

4 DISKUSE

V rámci své diplomové práce jsem realizovala experiment, jehož výsledky měly potvrdit hypotézu, kterou jsem zformulovala v metodologické části. Výsledky experimentu však hypotézu na sledovaném vzorku žáků vyvrátily, a proto se nyní pokusím najít příčiny toho, proč experiment dopadl jinak, než jsem očekávala.

Domnívám se, že soubor úloh, který byl předložen experimentální skupině, pravděpodobně svým množstvím nedostačuje konkrétním žákům k tomu, aby si práci ve čtvercové síti zvnitřnili. Existují **rezervy v pojetí přípravy experimentálního zásahu**. Kdybych experimentální skupinu znala lépe, mohla bych tuto část experimentu postavit jinak. Bylo by jí věnováno více času, otázkou však je, jak ji zorganizovat, aby nedošlo k „přesycení“ žáků daným typem úloh.

Množství úloh v učebnicích, se kterými žáci pracovali, hypoteticky také nedostačuje ke zvnitřnění prostředí čtvercové sítě. Roli hraje nejen množství úloh, ale také edukační styl učitele. Ve chvíli, kdy by žáci byli direktivně řízeni, docházelo by spíše k formálním poznatkům. Nabízí se tedy další otázka - jak by experiment dopadl, kdyby skupiny používaly řady učebnic obsahující více úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě, se kterými by jejich učitel konstruktivisticky pracoval.

Soubor úloh obsahoval 3 úlohy týkající se zvětšení útvaru. Úlohu č. 14, kdy žáci překreslovali mnohoúhelník z „menší“ čtvercové sítě do „větší“, vyřešilo správně 15 žáků z 19. Úloha č. 15 byla správně vyřešena šestkrát. Uvědomuji si, že jsem mohla lépe **formulovat zadání** této úlohy, nebylo by dezinterpretováno. Po získané zkušenosti bych ho formulovala takto: Změň velikost mnohoúhelníku tak, že délky všech jeho stran zvětšíš dvakrát. Úloha č. 16 byla správně vyřešena třikrát, u 12 žáků mělo řešení drobné nepřesnosti. Nyní bych také lehce upravila formulaci zadání, vypadalo by takto: Zvětši daný trojúhelník tak, aby zvýrazněná strana byla 2x delší, a přitom tvar trojúhelníku zůstal zachován. (Trojúhelníky si budou podobné, budou mít pouze jinou velikost.)

Je otázkou, zda nemohlo být pro žáky předchozí neúspěšné zvětšování mnohoúhelníků **negativní zkušeností**, a proto nevyužili čtvercové sítě v projektu.

Další možnou příčinou bylo to, že žáci z obou skupin **nejsou zvyklí pracovat projektovou metodou**. Z běžného vyučování znají rozdělení předmětů do jednotlivých hodin, témata v jednotlivých předmětech jsou různá. Propojení několika předmětů do jednoho celku tak pro ně bylo nové, navíc matematika v projektu, který absolvovali, nebyla nijak zdůrazněna. Žáci tak nedostali jasnou pobídku k tomu, že by mohli využít nějakých znalostí či zkušeností z matematiky. Zajímavé by bylo zjistit, jak by vypadala jejich práce, kdyby byla matematika v projektu jasněji rozpoznatelná, nebo kdyby jim bylo řečeno, že při zvětšování znaku mají využít svých zkušeností z tohoto předmětu.

Z neurologického hlediska mohla hrát svou úlohu **emoční paměť**. *Starou klinickou i pokusnou zkušeností je, že emočně významné vzpomínky, které lze uvést do vědomí, se ukládají i vyvolávají snadněji než vzpomínky emočně neutrální* (Koukolík, 2002, s. 300). Žáci mohli mít z dřívějška nějakou emočně silnou vzpomínku, například společnou tvorbu výtvarného díla, na kterém pracovali během hodin výtvarné výchovy. Vzpomněli si, jakým způsobem tehdy pracovali. Byla to pro ně zkušenost, ve které převládaly emoce. Proto se jim vybavila snáze než počítání úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě, které pro ně bylo emočně neutrální. Emoční rovina do jisté míry blokuje racionální paměť, což by mohlo znesnadnit vybavení si čtvercové sítě.

Další příčinou mohla být **volba formy práce** - skupinová práce. Zaměříme na moment, kdy se žáci ve skupině domlouvali na strategii dalšího postupu práce a na následnou prezentaci nápadů jednotlivých skupin.

Žáci pracovali v pětičlenných skupinách (v experimentální skupině byla i jedna čtyřčlenná, v kontrolní jedna šestičlenná), tyto skupiny byly heterogenní – co se týče pohlaví i schopností žáků. Jak vysoká je pravděpodobnost, že ve skupině/třídě by svůj nápad prosadil žák, kterého napadlo použít čtvercové sítě? Zde hraje roli **osobnost jedince**. Pokud by to byl žák nadprůměrný a dokonce oblíbený, věřím, že by svůj názor v rámci skupiny snadněji prosadil. Proti chytrému, ale neoblíbenému žákovi by se zbytek skupiny mohl semknout a nápad by neprošel. Ve chvíli, kdy by s nápadem přišel oblíbený, ale spíše průměrný či slabší žák, záleželo by na složení zbytku skupiny a klimatu ve třídě. V tomto případě je obtížné určit, jak by situace dopadla. V posledním případě, žák neoblíbený a spíše slabší, by svůj názor asi prosazoval jen velmi těžko.

Jak z předchozí úvahy plyne, pravděpodobnost prosazení nápadu v rámci skupiny je poměrně nízká.

Ve chvíli, kdy by se žáci v rámci skupiny shodli na nápadu využít čtvercové sítě a prezentovali ho ostatním skupinám, předpokládám, že by svůj názor již snadněji prosadili.

Z tohoto pohledu hraje osobnost žáka větší roli než přednosti skupinové práce a to zejména tehdy, najde-li žák vhodný argument.

Problém mohl nastat též v oblasti **komunikace.** Žákovi se v hlavě mohla vytvořit představa zvětšování s pomocí čtvercové sítě, nedokázal to však slovy dostatečně vyjádřit. Experimentální skupina pracovala se čtvercovou sítí v rámci souboru úloh, byla to samostatná práce, úlohy byly řešeny na papír. Nezdůrazňovali jsme společně terminologii, která by se žákům v okamžiku prezentace mohla hodit. U žáků nemuselo dojít k zvědomění a následné verbalizaci pojmů (Vygotskij, 2004). Pro prezentaci nápadů nebyla vytvořena/ukotvena potřebná slovní zásoba (vidím souvislost s jiným pojetím přípravy experimentálního zásahu).

V experimentální skupině se objevil žák, který sice v návrhu další strategie práce svébytně vyjádřil podstatu čtvercové sítě, toto prostředí však žáci nevyužili, nápad zanikl.

Pokládám si otázku, proč to byl žák právě z experimentální skupiny. Měly na to vliv úlohy, které před samotným projektem vypracoval?

Ve třídě bylo 16 chlapců a jen 3 dívky. Hrálo v tom nějakou roli složení třídy? Podle Brierleyho (1996) jsou u chlapců rozvinutější nonverbální prostorové funkce, zprostředkované pravou hemisférou, a také schopnost zacházet se vzorci a tvary. Chlapci vynikají ve zkoumání věcí, což je rozhodující v přírodních vědách a učení se matematice. Dívky jsou naopak zdatnější ve verbální komunikaci. Byla tak ve třídě větší pravděpodobnost výskytu návrhu práce se čtvercovou sítí?

Ve třídě mohlo být více chlapců, kteří by čtvercovou síť použili, ale nedokázali toto popsat slovně. Vidím souvislost s potřebou vytvoření/ukotvení slovní zásoby.

Žáci si navrhli vlastní znak třídy, který potom měli zvětšit. Požadavky na přesnost tak byly sníženy, protože i samotné návrhy byly nepřesné. Po realizaci projektu mě napadla otázka, zda by žáci využili stejné strategie i v případě, kdy by se jim do rukou dostal již mnou připravený tvar, u kterého by byly kladeny **vyšší nároky na přesné zvětšení** nebo by podmínky přesnosti vyplynuly z kontextu či byly přímo formulovány v zadání. Připouštím, že k vyšší přesnosti by vybízel i jiný obsah, např. daný symbol či mapa, avšak volbu znaku třídy jsem spojovala s motivací a vytvořením silnějšího pocitu sounáležitosti se spolužáky.

5 ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo provést výzkum, který vedl ke zjištění, v jaké míře využívají spontánně žáci prostředí čtvercové sítě v projektu. Nástrojem ověření hypotézy, kterou jsem zformulovala v praktické části, byl experiment vycházející z teoretické části práce. Výsledky experimentu hypotézu na sledovaném vzorku žáků vyvrátily, pokusila jsem se proto hledat příčiny jejího nepotvrzení.

Našla jsem několik příčin, které mohly ovlivnit výsledek experimentu. Je však obtížné najít cestu, která by je eliminovala, vždy se objevují *pro* a *proti*. A já jako budoucí učitel nemohu upřednostňovat hledisko experimentu na úkor pedagogického.

Díky této práci jsem měla možnost pracovat s několika třídami projektovou metodou. Uvědomila jsem si, že je to metoda přitažlivá nejen pro žáky, ale i pro mě. Žáky podněcuje k tvořivé činnosti, učí je spolupracovat ad. I když je to metoda, která vyžaduje náročnější přípravu, ráda bych ji v budoucnu využívala. Jedním z důvodů je například možnost poznat žáka z jiného úhlu pohledu než při běžném vyučování.

V přípravné fázi experimentu jsem vytvořila soubor úloh zasazených do prostředí čtvercové sítě, který by se dal využít i v budoucnu. Tento materiál může sloužit jako doplněk úloh z učebnice, stejně tak se dá použít jako inspirace pro tvorbu nových úloh. Práce s tématem čtvercové sítě mě velmi zaujala a ráda bych se jí více věnovala i ve své učitelské praxi.

6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

1. BRIERLEY, J. *7 prvních let života rozhoduje.* Praha: Portál, 1996. ISBN 80-7178-109-6.
2. COUFALOVÁ, J. *Projektové vyučování: pro první stupeň základní školy: náměty pro učitele.* Praha: Fortuna, 2006. ISBN 80-7168-958-0.
3. GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu.* Brno: Paido, 2000. ISBN 80-85931-79-6.
4. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D. *Čtverečkovaný papír jako most mezi geometrií a aritmetikou.* Praha: Pedf UK, 1999.
5. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: Konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80.7367-397-0.
6. HEJNÝ, M. Mechanismus poznávacího procesu. In: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. (Eds.) M. Hejný, J. Novotná, N. Stehlíková. Praha: Pedf UK, 2004. ISBN 80-7290-189-3.
7. CHRÁSKA, M. *Metody pedagogického výzkumu.* Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 978-80-247-1369-4.
8. KASÍKOVÁ, H. *Kooperativní učení a vyučování. Teoretické a praktické problémy.* Praha: Karolinum, 2001. ISBN 80-246-0192-3.
9. KASÍKOVÁ, H. *Kooperativní učení, kooperativní škola.* Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-167-3.
10. KAŠOVÁ, J. a kol. *Škola trochu jinak.* Kroměříž: IUVENTA, 1995.
11. KERN, H. a kol. *Přehled psychologie*. Praha: Portál, 1999. ISBN 80-7178-240-8
12. KOUKOLÍK, F. *Lidský mozek.* Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-632-2.
13. KUBÍNOVÁ, M. *Projekty ve vyučování matematice, cesta k tvořivosti a samostatnosti.* Praha: PedF UK, 2002. ISBN 80-7290-088-9.
14. KUŘINA, F. *Deset pohledů na geometrii*. Praha: Albra, 1996. ISBN 80-85823-21-7.
15. KUŘINA, F. O matematice a jejím vyučování. *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, 2002, roč. 31, č. 1, s. 1 – 8.

16. MICHNOVÁ, J. *Čtverečkovaný papír jako cesta ke konstruktivistickému přístupu k vyučování geometrie.* Praha, 2003. 94 s., obr., bar. příl. Diplomová práce (Mgr.). UK v Praze. Pedf. Katedra matematika a didaktik matematiky.
17. POLÁK, J. *Přehled středoškolské matematiky.* Praha: SPN, 1972.
18. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník.* Praha: Portál, 2003. ISBN 80-7178-772-8.
19. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha: VÚP, 2005.
20. SOURIAU, É. *Encyklopedie estetiky.* Praha: Victoria Publishing, 1994. ISBN 80-85605-8-X.
21. STEHLÍKOVÁ, N. Konstruktivistické přístupy k vyučování matematice. In: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. (Eds.) M. Hejný, J. Novotná, N. Stehlíková. Praha: Pedf UK, 2004. ISBN 80-7290-189-3.
22. ŠESTÁKOVÁ, M. *Projektová metoda na 1. stupni ZŠ.* Praha, 2005. 112 s., obr., bar. příl. Diplomová práce (Mgr.) UK v Praze. Pedf. Katedra primární pedagogiky.
23. TRPIŠOVSKÁ, D., VACÍNOVÁ, M. *Základy psychologie.* Ústí nad Labem: Pedf – Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, 2001.
24. VÁGNEROVÁ, M. *Vývojová psychologie I.* Praha: Karolinum, 1996. ISBN 80-7184-317-2.
25. VALENTA, J. a kol. *Pohledy. Projektová metoda ve škole a za školou.* Praha: IPOS ARTAMA, 1993. ISBN 80-7068-066-0.
26. VYGOTSKIJ, L. S. *Psychologie myšlení a řeči.* Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-943-7.
27. *Vzdělávací program Národní škola. Vzdělávací program pro 1. - 9. ročník základního školství.* Praha: SPN, 1997. ISBN 80-04-26683-5.
28. *Vzdělávací program Základní škola.* Praha: Fortuna, 2003. ISBN 80-7168-595-X.

Elektronické zdroje:

1. BURYÁNEK, J. *Interaktivní metody výuky.* [on-line]. [cit. 2010-10-02]. Dostupné z: <http://www.varianty.cz/download/doc/stats/GrvB.pdf>

2. *Logo - Wikipedie, otevřená encyklopedie* [online]. Aktualizováno 2010-04-21 [cit. 2010-06-17]. Dostupné z: < http://cs.wikipedia.org/wiki/Logo>
3. *Základní škola Janského, Praha 13* [online]. [cit. 2010-09-09]. Dostupné z: <http://www.zs-janskeho.cz/>
4. *Základní škola Říčany* [online]. [cit. 2010-06-17]. Dostupné z: <http://www.2zsricany.cz/>

Seznam použitých učebnic:

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 3. ročník základních škol. Díl 1*. Praha: Alter, 1995. ISBN 80-85775-35-2.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 3. ročník základních škol. Díl 2*. Praha: Alter, 1995. ISBN 80-85775-76-X.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 3. ročník základních škol. Díl 3*. Praha: Alter, 1995. ISBN 80-85775-28-X.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol. Díl 1*. Praha: Alter, 1996. ISBN 80-85775-97-2.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol. Díl 2*. Praha: Alter, 1996. ISBN 80-85775-57-3.

BLAŽKOVÁ, R. a kol. *Matematika pro 4. ročník základních škol. Díl 3*. Praha: Alter, 1997. ISBN 80-85775-62-X.

BRZOBOHATÁ, J. *Geometrie pro 4. ročník*. Praha: Pansofia, 1997.

BRZOBOHATÁ, J. *Geometrie pro 5. ročník.* Praha: Pansofia, 1998. ISBN 80-85804-51-2.

JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol. Díl 1*. Praha: Alter, 1996. ISBN 80-85775-48-4.

JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol. Díl 2*. Praha: Alter, 1995. ISBN 80-85775.

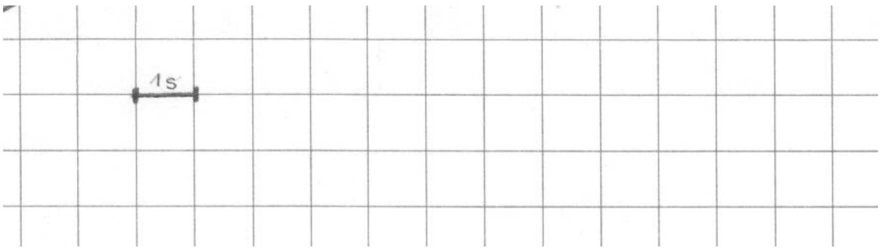
JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol. Díl 3*. Praha: Alter, 1997. ISBN 80-85775-63-8.

7 SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1 – **Soubor úloh**

1) Načrtni alespoň 3 různé mnohoúhelníky, které mají obsah právě 4 čtverečky (4□).

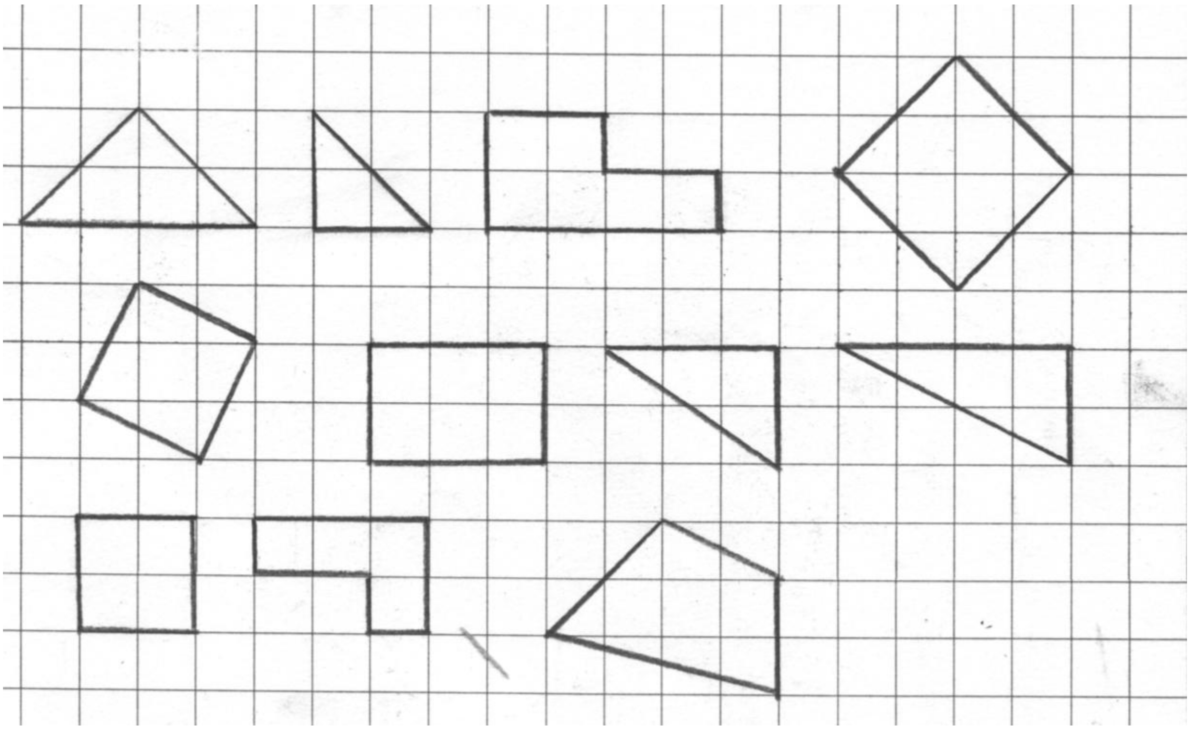
2) Tato úsečka má délku **1s**. Načrtni úsečku, jejíž délka je **2s**; **4s**.



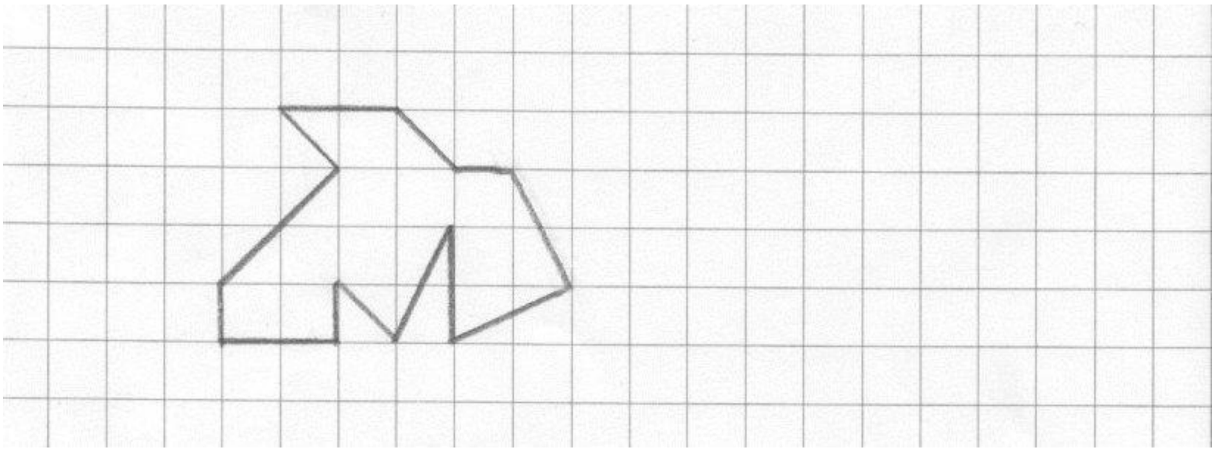
3) Načrtni co nejvíce čtverců různých velikostí, jejichž délka strany má nejvíce (maximálně) **2s**. Každá velikost čtverce může být zastoupena pouze jednou.

4) Načrtni 3 různé mnohoúhelníky, které mají právě 5 stran.

5) Modře vybarvi mnohoúhelníky, které mají obsah právě 4□, červeně ty, které mají obsah větší než 5□.

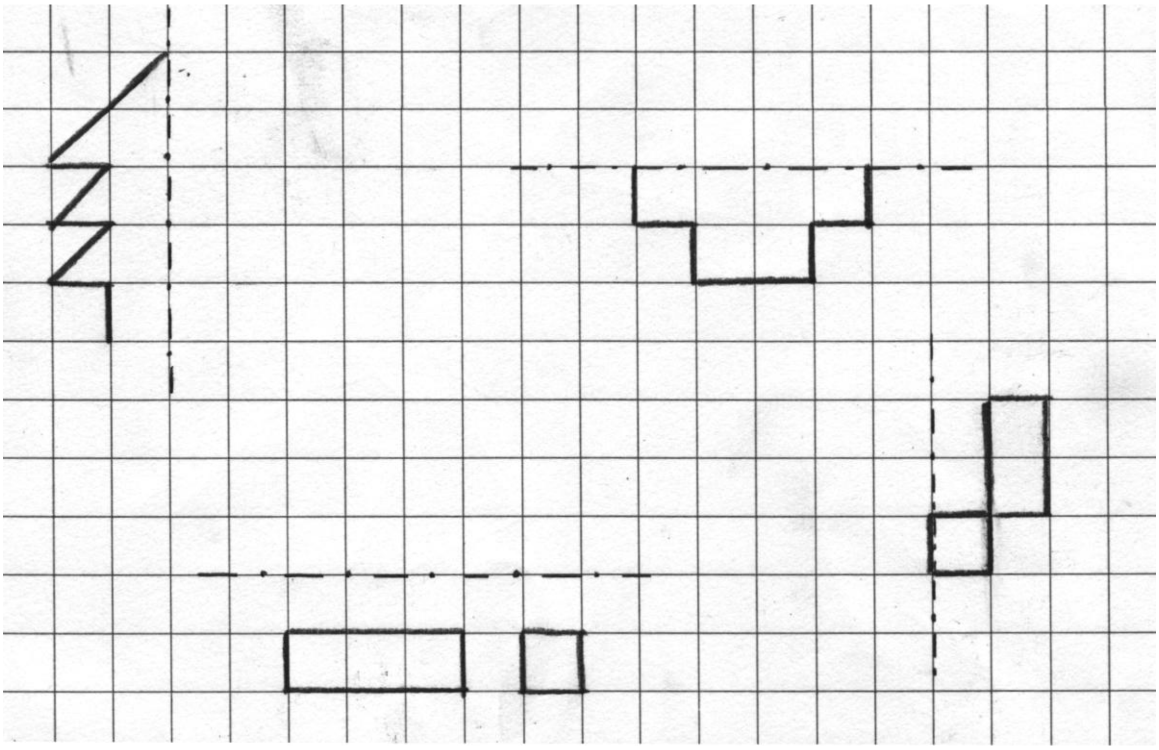


6) Překresli přesně tento mnohoúhelník do připraveného pole.



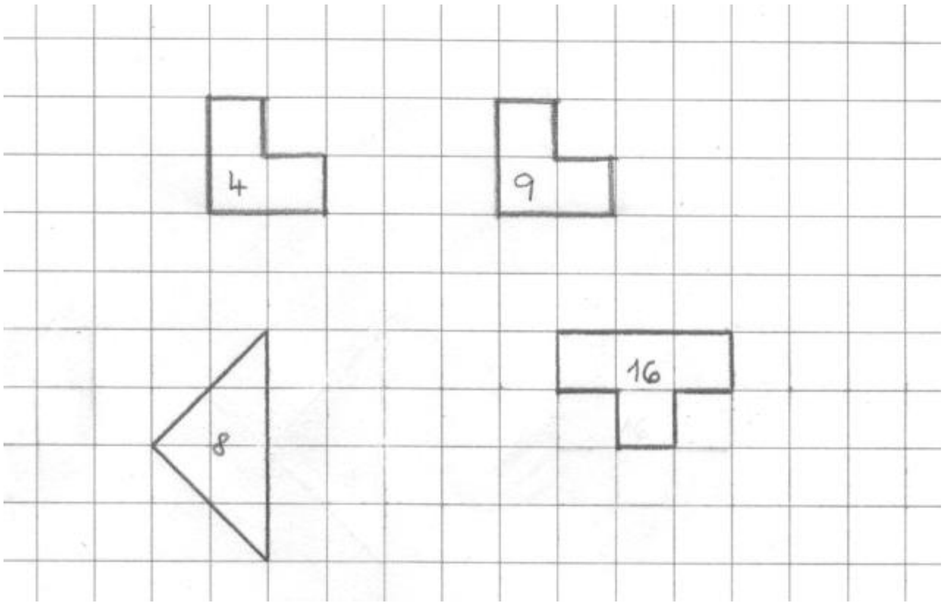
7) Načrtni vlastní mnohoúhelník.

8) Dokresli obrázek tak, aby byl souměrný podle naznačené osy.

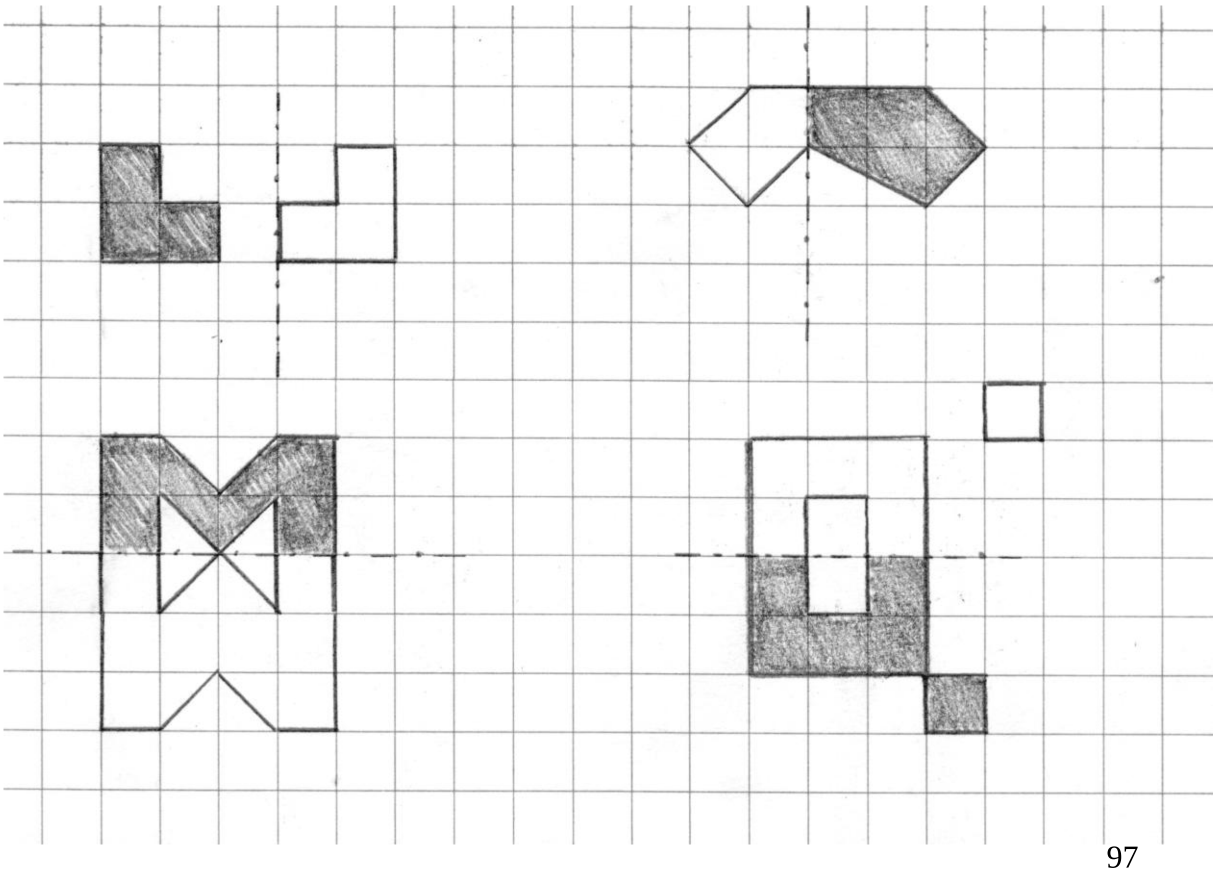


9) Načrtni osově souměrný obrázek, naznač v něm osu souměrnosti.

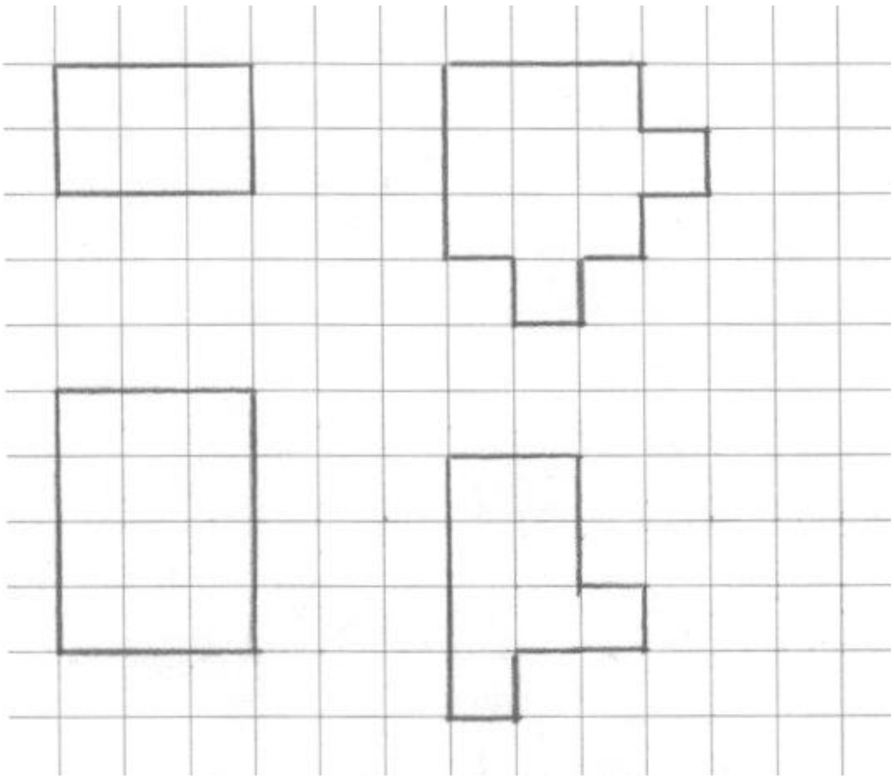
10) Dokresli každý mnohoúhelník tak, aby vznikl čtverec s předepsaným obsahem (počtem □).



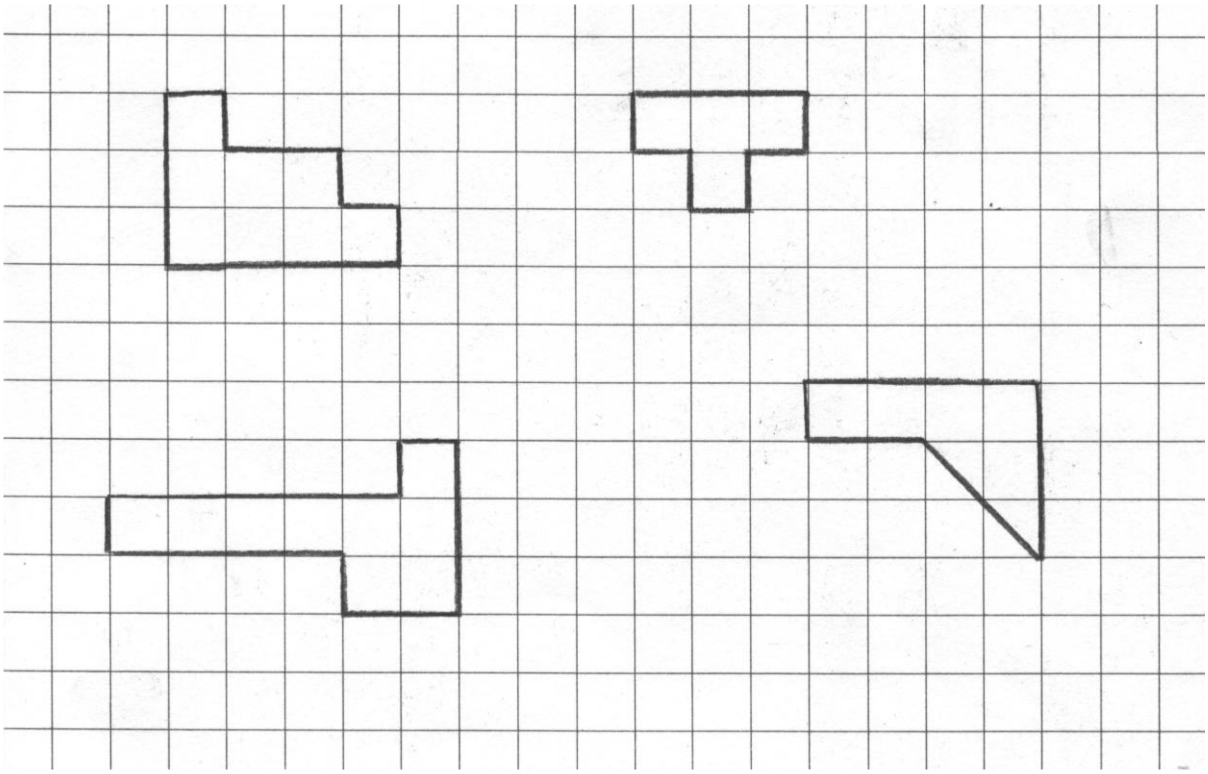
11) Uprav nevybarvenou část obrázku tak, aby byl výsledný obrázek souměrný podle naznačené osy.



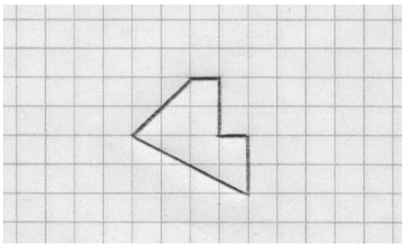
12) Jaký nejmenší počet □ musíš z mnohoúhelníku ubrat (vyškrtnout), aby se z něj stal čtverec? Ubírané □ škrtni.

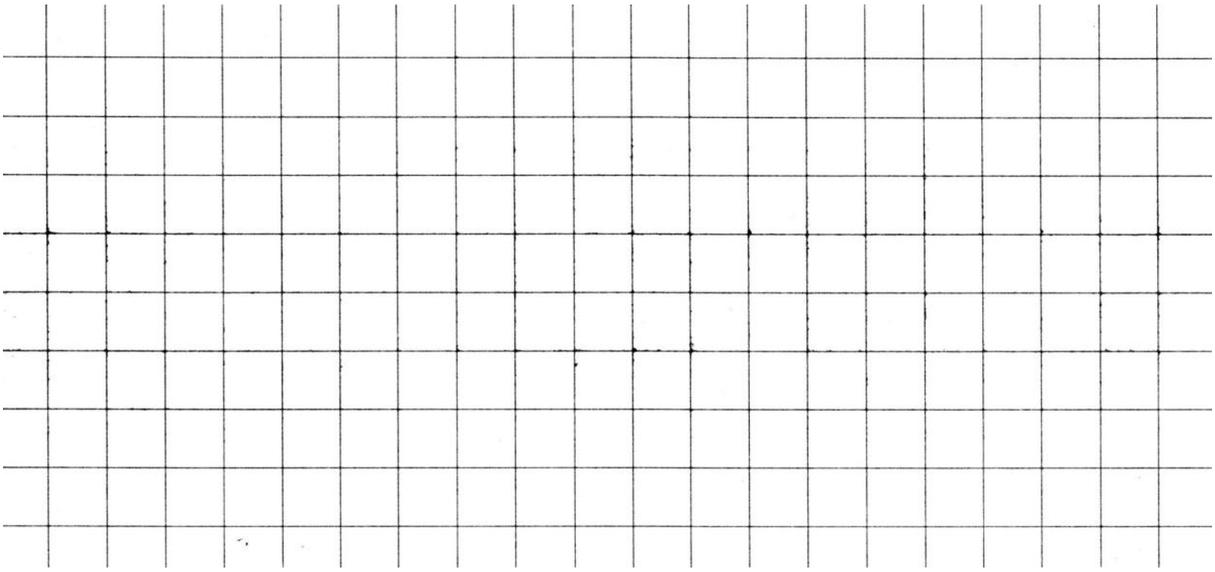


13) Dokresli mnohoúhelník tak, aby vznikl obdélník.

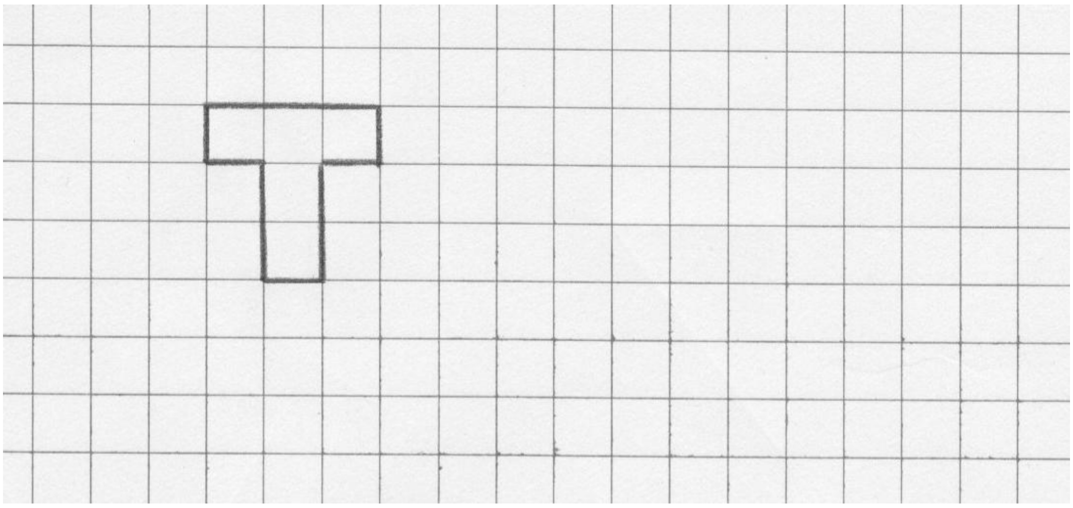


14) Překresli daný mnohoúhelník do „větší čtvercové sítě“. Jeden čtvereček v „malé čtvercové síti“ odpovídá jednomu čtverečku ve „větší čtvercové síti“.

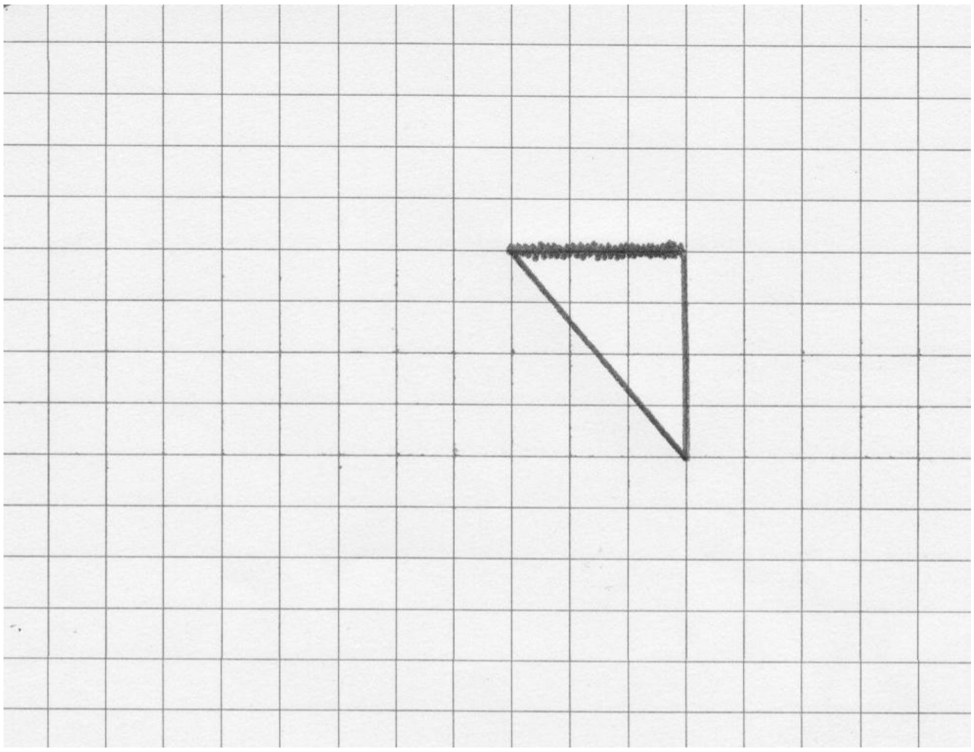




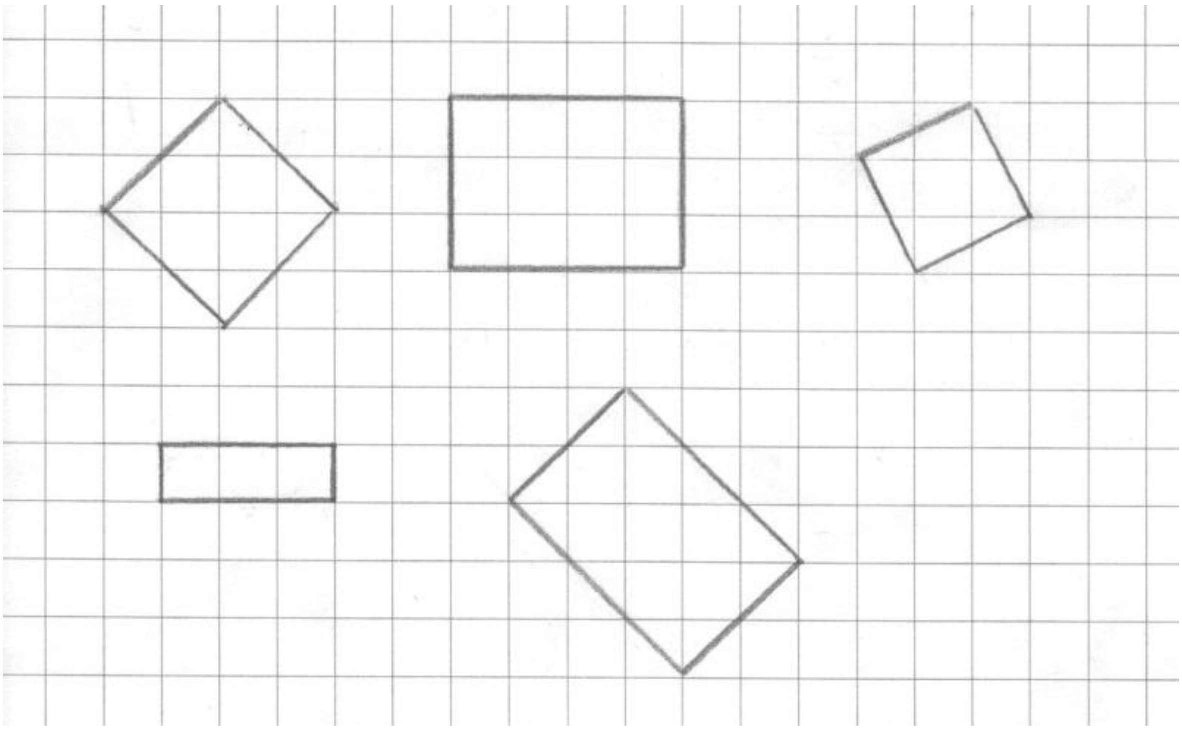
15) Zvětši daný mnohoúhelník dvakrát.



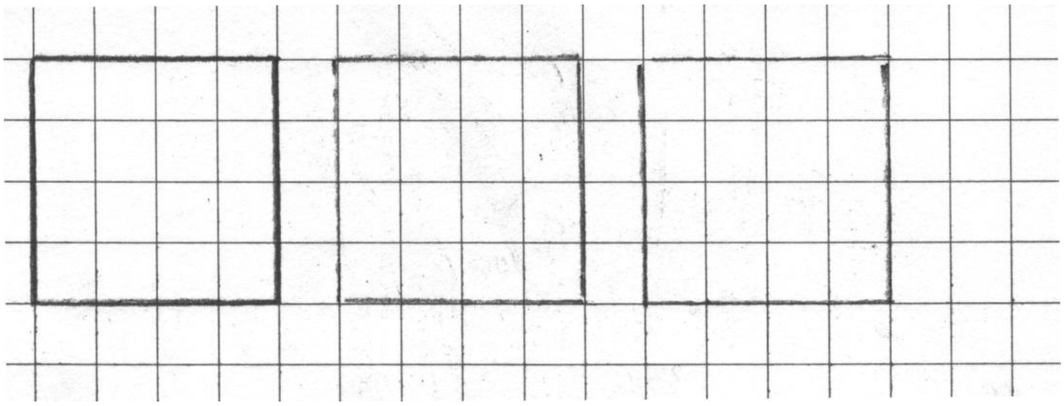
16) Zvětši daný trojúhelník tak, aby zvýrazněná strana byla 2x delší. Tvar trojúhelníku zůstane zachován. (Trojúhelníky si budou podobné, budou mít pouze jinou velikost.)

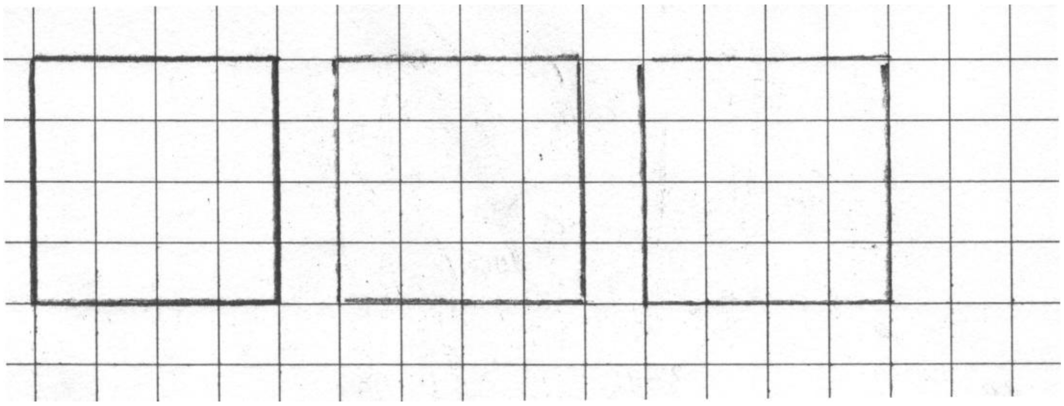


17) Vybarvi všechny čtverce. U ostatních mnohoúhelníků přeškrtej přebytečnou plochu tak, aby výslednými mnohoúhelníky byly také čtverce (co největší).

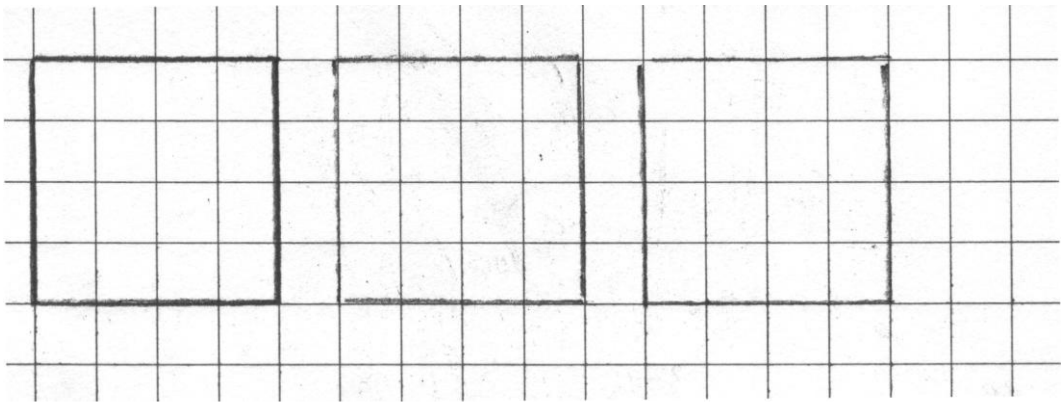


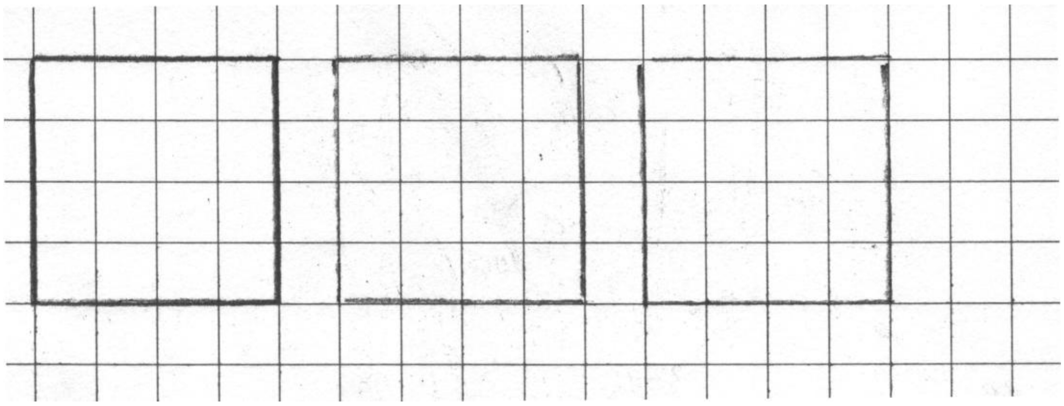
18) Rozděl čtverec na **2 stejné části**. Zkus nalézt co nejvíce různých řešení. Veď čáru po linkách sítě.



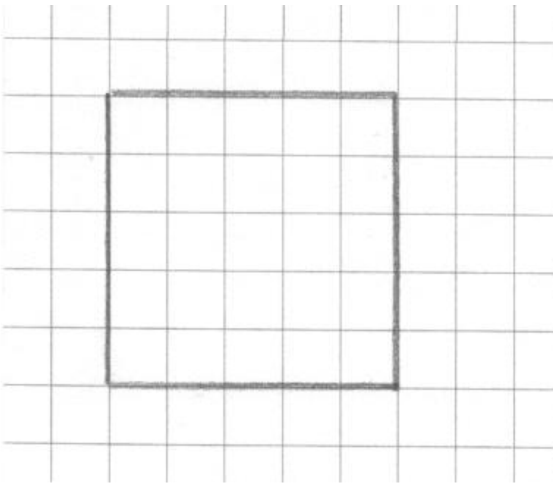


19) Rozděl čtverec lomenou čarou na **2 nestejné útvary**, které přitom mají stejný obsah. Čáru veď po linkách sítě. Zkus najít co nejvíce různých řešení.





20) Rozděl čtverec na 3 nestejné trojúhelníky, které dohromady pokryjí celý čtverec.



Příloha č. 2 **– Ukázky log a znaku**

Obvyklý výklad symboliky loga Škoda Auto

- **Velký kruh** (mezikruží) – všestrannost výroby, dokonalost produkce, zeměkoule, svět.
- **Peruť** (křídlo) – technický pokrok, rozpětí výrobního programu, odbyt výrobků ve světě.
- **Šíp** – pokrokové výrobní metody, vysoká produktivita práce.
- **Kroužek** (oko) – přesnost výroby, technická bystrost, rozhled.
- **Černá barva** – stoletá tradice.
- **Zelená barva** – ekologická produkce, ochrana životního prostředí, recyklace použitých materiálů.

Příloha č. 3 - **Tvorba znaku třídy**